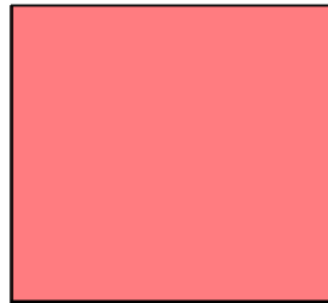


MODULO MATEMATICAS

ACADEMIA PRESBITERIANA SEPTIMO GRADO



$$y = mx + b$$

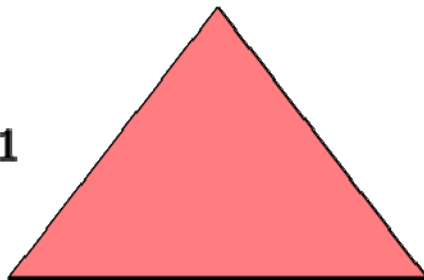
$$\sqrt{9} = 3$$

$$y = x^2 + 2x + 5$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$



$$\sqrt[3]{27} = 3$$

Objetivos

El presente documento tiene como finalidad proveerles tanto al estudiante como al maestro el registro de estándares, temas y conceptos que deberán ser completados durante este año escolar. Este módulo está basado en los Estándares del Departamento de Educación de Puerto Rico en el nivel de Intermedia de Séptimo Grado. Estos estándares se encuentran de forma más compacta en el mapa curricular que se aneja a continuación.

Fundamento

Dicho documento tiene cuatro partes; la primera son los conceptos, luego las destrezas, las referencias electrónicas y una detallada explicación que resumen las temáticas que se exponen. Las referencias electrónicas contienen los donde la información del módulo fue copiada. Por tanto este no pretende ser un documento original, es construido gracias a las muchas aportaciones obtenidas de la red del internet. No obstante el maestro puede disponer, remover o añadir cualquier material que sea conveniente para complementar la enseñanza. El maestro deberá proveer los ejercicios pertinentes en cada unidad.

Referencia

Debido a la naturaleza de este documento, posiblemente surgirán dudas en cuanto al vocabulario, esquemas o simplemente información necesaria para completar algún tema. De ser así, puede enviar sus dudas a la siguiente dirección electrónica y recibirán respuestas de 1 a 3 días laborables.

Contacto

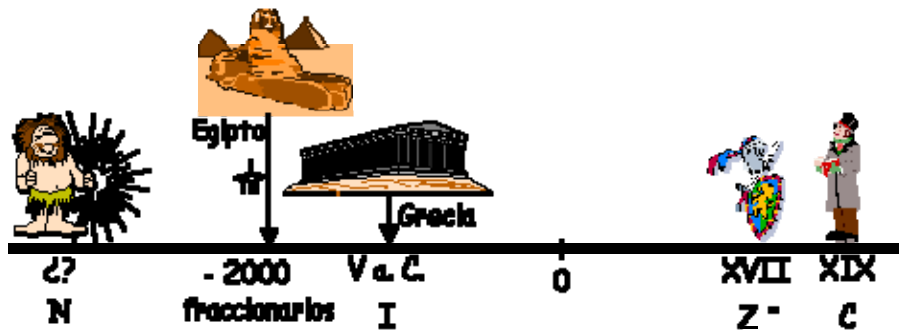
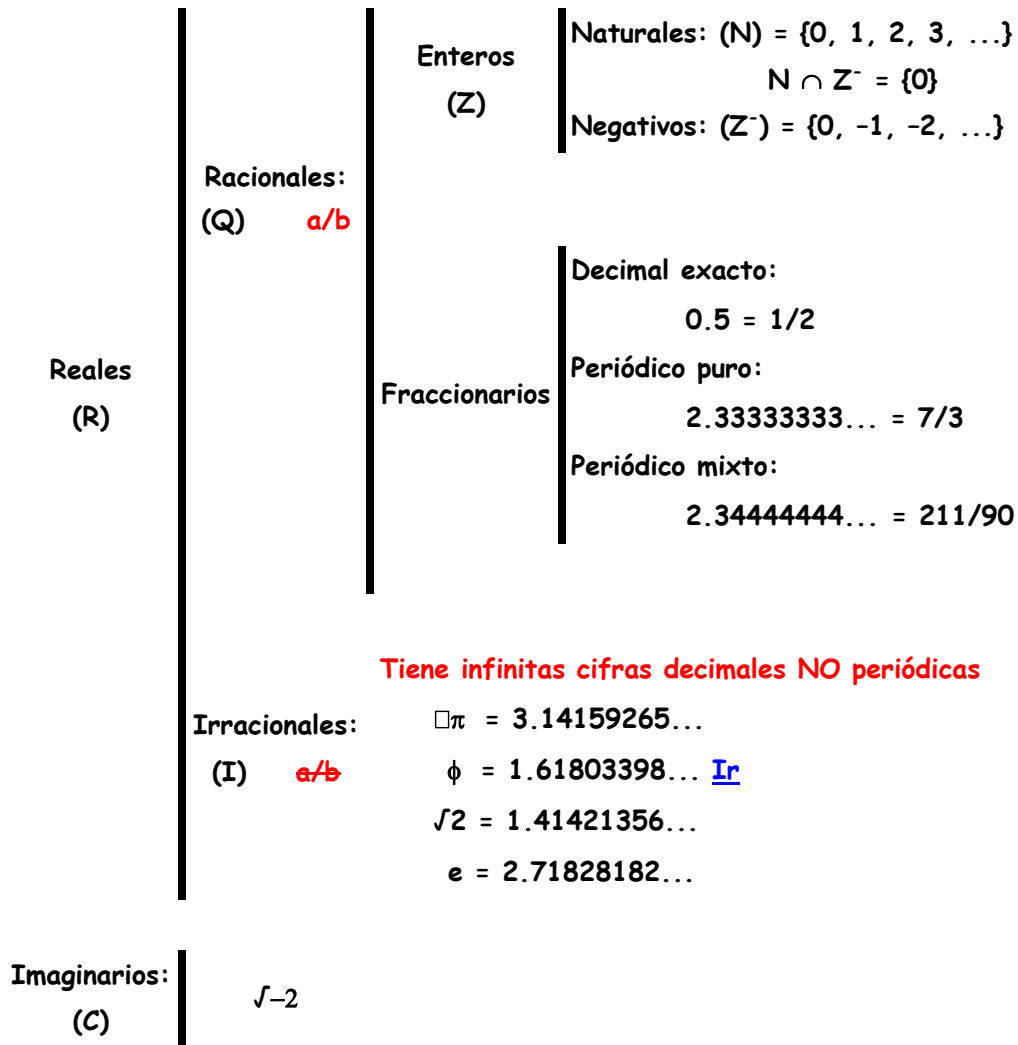
areboyras@gmail.com

Mapa curricular:

<http://mathpr.org/Docs/Curriculos/Matematica%207/Mapa%20curricular%20Matematica%207.pdf>

Breve historia de los números

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS



La noción de número es tan primitiva como el propio hombre. Los hombres primitivos utilizaban los dedos, muescas en huesos... para expresar cantidades: un mamut, una luna, un sol... empleando los **NÚMEROS NATURALES**.

Los **babilonios** (2100 a. C.) poseían una organización administrativa contable muy compleja, lo que motivó un desarrollo importante en los sistemas numéricos. Tenían un sistema de numeración base 60 perfectamente maduro. En él destacaba el valor posicional de las cifras, como en la actualidad. No utilizaban el cero, sino que dejaban un espacio en blanco, lo que inducía en muchas ocasiones a error; más adelante ya introdujeron un nuevo símbolo, parecido a una trompeta, que sustituía al espacio vacío y que podríamos considerar como cero.

A continuación, civilizaciones como la egipcia (2000 a. C.), empezaron a utilizar expresiones que representaban las fracciones, apareciendo así los **NÚMEROS FRACCIONARIOS**, eso sí, muy básicos y generalmente con el 1 como numerador.

En el siglo **V** a. C. los griegos encontraron otro tipo de números que eran la solución de determinadas ecuaciones y que no tenían fin, eran algo se le escapaba al razonamiento humano, eran los **NÚMEROS IRRACIONALES**.

Hubo que esperar al siglo **XVII** para empezar a considerar los **NÚMEROS NEGATIVOS**. El propio Descartes denominaba soluciones falsas a las raíces negativas de una ecuación, aunque es cierto que civilizaciones como la China parece que ya los conocían, colocando bolas rojas en los ábacos, simbolizando a los números negativos (de ahí que muchas veces oímos la expresión de números rojos).

La aparición de soluciones como "raíz cuadrada de menos cuatro" no podían ser interpretadas de ninguna manera. Hubo que esperar al siglo **XIX**, cuando ya se le empezó a dar una fundamentación teórica y a

representarlo gráficamente, momento en el que se comenzó a hablar de números imaginarios.

[http://www.aulamatematica.com/BC1/01 Reales/Reales_index01.htm](http://www.aulamatematica.com/BC1/01_Reales/Reales_index01.htm)

N.SO.7.2.1 Modela la suma, resta, multiplicación y división con números enteros, describe las relaciones entre estas operaciones y aplica el orden de operaciones.

Conceptos: *Orden de operaciones
*Números enteros

Destrezas: *Operaciones con números enteros (suma resta, multiplicación y División).
*Resolver ejercicios utilizando el orden de operaciones.
*Identificar la posición del entero en la recta numérica.

Referencias Electrónicas:

<http://www.vadenumeros.es/tercero/operaciones-con-enteros.htm>
<http://ponce.inter.edu/cremc/operacion.html>

Operaciones con números enteros

El conjunto de los números enteros lo forman los enteros positivos, enteros negativos y el cero. Los signos + y - que llevan los números enteros no son signos de operaciones (suma, resta), sino que indican simplemente la cualidad de ser positivos o negativos.

Suma de números enteros

Cuando tienen el mismo signo: Se suman los valores y se deja el signo que tengan, si son positivos signo positivo y si son negativos signo negativo. Si no se pone nada delante del número se entiende que es +.

$$(+5) + (+4) = +9 \text{ es lo mismo que: } 5 + 4 = 9$$

$$(-5) + (-4) = -9 \text{ es lo mismo que: } -5 - 4 = -9$$

Cuando tienen distinto signo: Se restan sus valores absolutos y se pone el signo del sumando de mayor valor absoluto. (Se restan y se deja el signo del más grande en valor absoluto).

$$(+20) + (-10) = 20 - 10 = +10 \text{ (} 20 - 10 = 10, \text{ el más grande es } +20, \text{ se pone } +10)$$

$$(-8) + (+3) = -8 + 3 = -5 \text{ (} 8 - 3 = 5, \text{ el más grande es el } -8, \text{ se pone } -5)$$

$$(+11) + (-2) = 11 - 2 = +9 \text{ (} 11 - 2 = 9, \text{ el más grande es el } 11, \text{ se pone } +9)$$

Multiplicación y División de números enteros. (Producto y Cociente)

<i>Producto</i>					<i>Cociente</i>				
+	×	+	=	+	+	÷	+	=	+
-	×	-	=	+	-	÷	-	=	+
+	×	-	=	-	+	÷	-	=	-
-	×	+	=	-	-	÷	+	=	-

Para multiplicar dos números enteros se multiplican sus valores absolutos y se aplica la regla de los signos. Cuando van dos signos seguidos hay que separarlos utilizando paréntesis.

- $(+8) \cdot (+3) = +24$
- $(-3) \cdot (-2) = +6$
- $(+4) \cdot (-1) = -4$
- $(-2) \cdot (+4) = -8$

Para dividir se divide el dividendo entre el divisor y se aplica la regla de los signos. Una división es exacta cuando el resto (residual) es 0.

- $(-15) : (-15) = +1$

- $8 : 4 = +2$
- $-4 : (-2) = +2$
- $10 : 2 = +5$
- $10 : (-2) = -5$
- $(-8) : 4 = -2$
- $24 : (-4) = -6$

Orden de operaciones

Al realizar cálculos matemáticos, a veces tenemos que llevar a cabo varias operaciones matemáticas diferentes. Hay que tener cuidado al efectuar las operaciones, ya que hay que seguir un orden en particular para que le dé a todos el mismo resultado.

Por ejemplo: si queremos calcular el resultado de $-2 + 6 \times 3 - 2$, si no contamos con algunas reglas los resultados pudieran ser variados como por ejemplo: 10, 14, 4. Para que esto no suceda entonces necesitamos aprender las

Reglas para Orden de Operaciones.

El orden de operaciones consiste en las reglas que te dicen que es lo que vas a hacer primer al realizar el cálculo.

1. Resolver paréntesis, u otros símbolos. () [] { }
2. Resolver exponentes o raíces.
3. Multiplicación y división de izquierda a derecha.
4. Suma y resta de izquierda a derecha.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ll}
 2 + 7 \cdot 8 / 2 & \\
 2 + 56 / 2 & \text{[Se multiplicó } 7 \cdot 8\text{]} \\
 2 + 28 & \text{[Se dividió } 56 / 2\text{]} \\
 \mathbf{30} & \text{[Se sumó } 28 + 2\text{]}
 \end{array}$$

Cuando hay un paréntesis () , llave { } y corchete [], hay que resolver lo que está dentro de estos símbolos, antes de efectuar alguna otra operación.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ll} 5 \cdot (9 - 6) + 8 & \text{<Se resuelve el paréntesis>} \\ 5 \cdot 3 + 8 & \text{< Se restó } 9 - 6 = 3\text{>} \\ 15 + 8 & \text{< Se multiplicó } 5 \cdot 3\text{>} \\ 23 & \text{< Se sumó } 15 + 8\text{>} \end{array}$$

Otro ejemplo:

$$\begin{array}{ll} 2 [6 \cdot (-1)] + 8 / 2 & \text{<Primero, se resuelve el [] >} \\ 2 [-6] + 8 / 2 & \text{< Se multiplicó } 6 \cdot -1\text{>} \\ -12 + 8 / 2 & \text{< Se multiplicó } 2 \cdot -6\text{>} \\ -12 + 4 & \text{< Se dividió } 8 / 2\text{>} \\ -8 & \text{< Se sumó } -12 + 4\text{>} \end{array}$$

Cuando hay una combinación de paréntesis, corchetes y llaves, hay que resolver éstos de adentro hacia fuera.

Ejemplo 1:

$$2 [6 - (9 / 3) + 8]$$

Como el paréntesis está adentro del corchete, hay que resolver éste para luego resolver el corchete.

$$\begin{array}{l} 2 [6 - (9 / 3) + 8] \\ 2 [6 - 3 + 8] \\ 2 [3 + 8] \\ 2 [11] = 22 \end{array}$$

N.OE.7.2.3 Representa y soluciona problemas matemáticos y de la vida real que involucre los números enteros.

Conceptos: *Números Enteros

*Ejercicios verbales

Destrezas: *Operaciones con números enteros (suma resta, multiplicación y División).

*Resolver ejercicios verbales.

*Utilizar un o varios métodos para solución de problemas.

Referencias Electrónicas

home.coqui.net/jrvega1/Introduccionalosverbales.doc

Datos para resolver problemas verbales

Palabras claves para resolver problemas verbales	
Palabra o frase	Símbolo matemático
Más Añadir Más que La suma de Sobrepasa Aumentado Sumado	Suma (+)
Menos Restado de Diferencia Menos que Reducido	Resta (-)
Veces Producto Multiplicado Doble, triple, medio, etc.	Multiplicación (x)

Pasos para resolver problemas verbales	
Paso 1	Leer el problema con cuidado
Paso 2	Hacer un esquema de problema, identificar los datos conocidos y los que te piden encontrar
Paso 3	Elige una variable para identificar una cantidad
Paso 4	Escribe la ecuación
Paso 5	Resuelve la ecuación
Paso 6	Responde la pregunta
Paso 7	Verifica la solución

Entre Dividir Cociente	División (\div)
Es Da Son Igual Será Es igual a	Igual (=)

Relación de dos o más números			
Frase	Primer #	Segundo #	Tercer #
La edad de Pedro ahora y su edad en 5 años			
Un número y tres veces el número			
Un número y el número aumentado en 7			
Un número, tres quinto del número y el doble de la suma de seis y el número.			
Tres números consecutivos			
Dos número pares consecutivos			
Dos números impares consecutivos			
Un número y el 20% del número			

Practica de ejercicios verbales

1. Luis pago \$1605 por una computadora. El precio incluye un 7% de impuesto de venta. ¿Cuál es el precio original de la computadora?
2. El soporte para un panel de energía solar triangular. Un ángulo del triángulo es cinco veces el tamaño del primero. El tercer ángulo es 2° menos que el primero. ¿Cuál es la medida de cada ángulo?
3. El perímetro de una cancha de baloncesto es 288 pies. El largo es 44 pies más que el ancho. Halla las dimensiones de la cancha.
4. Halla tres enteros impares consecutivos tales que la suma del primero, dos veces el segundo, y tres veces el tercero es 70.
5. La suma de los números de dos buzones adyacentes es 697. ¿Cuáles son los números?
6. La siguiente es una comisión para bienes raíces sobre el precio de una casa:
7% para los primeros \$100,000
5% para la cantidad que exceda
\$100,000
Un corredor recibe una comisión de \$15,250 por vender una casa. ¿Cuál era el precio de venta?
7. Quince más que tres veces un número es lo mismo que diez menos que seis veces el número. ¿Cuál es el número?
8. Hay tres números tales que el segundo es 14 menos que seis veces el primero y el tercero es dos más que tres cuartos del primero. La suma de los tres números es 112. Halla los números.

9. El ancho de una cancha de tenis es 42 pies menos que el largo. El perímetro de la cancha es 228 pies. Halla las dimensiones de la cancha.
10. Una camisa es rebajada en un 12 % de su precio original. El precio de venta es 22 dólares. Encuentra el precio original.
11. Halla tres enteros consecutivos tal que la suma del primero, cinco veces el segundo, y cuatro veces el tercero es 1226.
12. Un tubo de 12 pies es cortado en tres piezas. La segunda pieza es tres veces el largo de la primera. La tercera pieza es el doble de la primera. ¿Qué tan largas es cada pieza?
13. La suma de los números de dos páginas consecutivas de un libro es 373. ¿Cuáles son los números de las páginas?

N.OE.7.3.4 Simplifica potencias con bases racionales y exponentes enteros.

Conceptos: * Potencias
* Bases racionales
* Exponentes

Destrezas: * Identificar base, exponente y evaluar la expresión.

Referencias Electrónicas

<http://www.aamatematicas.com/exp-eval-exp.htm>
<http://www.aamatematicas.com/exp-int-eval-exp.htm>

Evaluando exponentes

Un exponente es un número que indica cuantas veces el número base se utiliza como factor. Por ejemplo, 3^4 indica que el número base 3 se utiliza 4 veces como factor. Para determinar el valor de 3^4 , multiplica $3*3*3*3$ que dará como resultado 81.

Los exponentes se escriben en la parte superior derecha o (ej. 3^4) precedidos por el símbolo caret (ej. 3^4).

Si un número negativo se eleva a una potencia para, el resultado será positivo.

$$-2^4 = -2 * -2 * -2 * -2 = 16$$

Si un número negativo se eleva a una potencia impar, el resultado será negativo.

$$-2^5 = -2 * -2 * -2 * -2 * -2 = -32$$

Algunos datos sobre los exponentes:

Cero elevado a cualquier potencia es 0 (ej. $0^5 = 0$)

Uno elevado a cualquier potencia es un (ej. $1^5 = 1$)

Cualquier número elevado a la potencia cero es uno (ej. $7^0 = 1$)

Cualquier número elevado a la potencia uno es ese número (ej. $7^1 = 7$)

N.SN.7.1.2 Interpreta potencias positivas enteras como multiplicación repetida y potencias enteras negativas como división repetida o multiplicación como inverso multiplicativo.

Conceptos: * Potencias
* Inverso multiplicativo
* Exponentes

Destrezas: * Identificar base, exponente y evaluar la expresión.
* Realizar el procedimiento para comprender el resultado.

Referencias Electrónicas

<http://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/exponentes-negativos.html>

Exponentes Negativos

¿Negativo? ¿Qué puede ser lo opuesto a multiplicar? ¡Dividir!

La división es la inversa (opuesta) de la multiplicación.

Un exponente negativo nos indica cuántas veces dividir por ese número.

Por ejemplo: $8^{-1} = 1 \div 8 = 1/8 = 0.125$

O muchas divisiones:

Por ejemplo: $5^{-3} = 1 \div 5 \div 5 \div 5 = 0.008$

Pero se puede hacer de una forma más fácil:

5^{-3} también podría calcularse así:

$$1 \div (5 \times 5 \times 5) = 1/5^3 = 1/125 = 0.008$$

El último ejemplo nos mostró una forma más simple de manejar exponentes negativos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- Calcula el exponente (a^n)
- Luego utiliza su Inverso ($1/a^n$)

Para cambiar el signo (más a menos, o menos a más) del exponente usa el Recíproco (es decir, $1/a^n$)

Entonces, ¿cómo sería 8^{-2} ?

Por ejemplo: $8^{-2} = 1 \div 8 \div 8 = 1/8^2 = 1/64 = 0.015625$

Más ejemplos:

Exponente negativo		Inversa de un exponente positivo		Respuesta
4^{-2}	=	$1 / 4^2$	=	$1/16 = 0.0625$
10^{-3}	=	$1 / 10^3$	=	$1/1,000 = 0.001$

N.SN.7.1.3 Expresa exponentes enteros negativos como fracción.

Conceptos: * Exponentes

*Fracción

*Números enteros

Destrezas: *Expresar exponentes enteros negativos como fracción.

Referencias Electrónicas

<http://platea.pntic.mec.es/~anunezca/Potencias/PotNeg.htm>

Potencias con exponentes negativos

Cuando tenemos un exponente negativo hay que INVERTIR LA BASE para pasar a exponente positivo.

Por ejemplo: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ y $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{9}{4}$

Ahora con letras $x^{-1} = \frac{1}{x^1}$ O bien: $\left(\frac{C}{D}\right)^{-1} = \left(\frac{D}{C}\right)^1 = \frac{D^1}{C^1}$

Pero ATENCIÓN a cuando la base también es negativa

Por ejemplo: $(-3)^{-1} = \frac{1}{(-3)^1} = -\frac{1}{3}$ o bien $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$

Fíjate que el poner el inverso de la base no significa cambiar el signo de la misma.

Al final el signo del resultado dependerá de si el exponente es par o impar.

Con las fracciones ocurre lo mismo.

Así: $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{3125}{32}$ o bien $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

Veamos que fácil queda todo cuando

la base es una fracción de numerador la unidad.

Ejemplos: a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 3125$ b) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-3} = (-8)^3 = -512$

!!!AL HALLAR EL INVERSO PARA PASAR A EXPONENTE POSITIVO NO SE CAMBIA EL SIGNO!!!

Al final, cuando efectuamos la potencia, se cambia o no según sea el exponente par o impar.

Si te fijas, todos los números que están elevados a exponentes negativos, al pasarlos a exponentes positivos pasan del numerador al denominador y viceversa.

N.SN.7.1.6 Lee, escribe y compara números racionales en notación científica utilizando potencias de 10 con exponentes enteros (positivos y negativos) e interpreta las aplicaciones de la notación científica en contextos variados incluyendo formatos en instrumentos tecnológicos.

Conceptos: * Notación Científica

*Potencias de 10

* Exponentes

*Números enteros

* Instrumentos Tecnológicos

Destrezas: *Leer, escribir y comparar números racionales en notación científica y con potencias de 10, sean estos positivos o negativos.

*Interpretar la notación científica en el contexto de la tecnología.

Referencias Electrónicas

http://www.asifunciona.com/ciencia/ke_notacion_cientifica/ke_notacion_cientifica_1.htm

<http://www.misrespuestas.com/que-es-la-notacion-cientifica.html>

Que es la notación Científica

La notación científica es un método práctico utilizado por los científicos para sintetizar una expresión matemática de base diez que resulta muy extensa, ya sea por lo pequeño que es o por ser un entero muy grande; en términos sencillos es una manera de representar un número muy grandes, usando unos pocos números, valiéndose de las potencias.

La notación científicas usa entonces las potencias, que consisten en multiplicar un número por si mismos varias veces. El número que hay que multiplicar lo indica la base, y las veces que hay que multiplicarlo lo señala el exponente. Por ejemplo $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Siendo de esta manera el dos la base y el cuatro el exponente. En el caso de la notación científica, se de la misma manera las potencias, pero con base 10; esto sirve tanto para expresar números extremadamente grandes, pero también para números muy pequeños. Por ejemplo, la carga eléctrica de un electrón es de $-1,6 \times 10^{-19}$.

Este método, tal como comentábamos, es muy útil principalmente para aquellos textos que expresen números muy grandes. Por ejemplo, un texto de física que trata el tema de la luz, al referirse a su velocidad no la expresará en número, es decir, 300.000.000 m/s, sino que la simplificará a $3 \cdot 10^8$ m/s.

Cabe la posibilidad de que el exponente no sea un número positivo. En este caso, si el exponente nos señala un número negativo significa que el número es menor, por ejemplo 10^{-2} , la cifra equivale a 0,1. Esto quiere decir que el exponente es negativo cuando se intentan expresar números menores a uno.

Como una regla práctica, podemos considerar para las potencias positivas de 10 que la potencia representa el "número de ceros" que le siguen al número uno. Por ejemplo $10^3 = 1\ 000$, o sea es un 1 con tres ceros "añadidos". Ahora para las potencias negativas, como regla práctica podemos considerar que se representa el número de dígitos que corremos la coma hacia la izquierda del número uno, o si se prefiere, corresponde al número de ceros después de la coma menos un dígito. Por ejemplo $10^{-3} = 0,001$, o sea al 1 se le "corre" la coma tres dígitos a la izquierda, o también podemos pensarlo como $(3-1)=2$ ceros después de la coma tras el cero. Esta forma de verlo aunque no tiene valor técnico o científico, es de gran utilidad para trabajar con la notación científica cuando realizamos cálculos, o nos queremos imaginar la cifra de la que hablamos para poder cuantificarla en nuestra mente.

Veamos ahora una tabla donde aparecen expuestos diferentes valores numéricos, sus equivalentes en notación científica y la representación numérica de cada uno:

Valor numérico	Representación en Notación Científica	Representación numérica
Miltrillonésima	10^{-21}	0,000000000000000000001
Trillonésima	10^{-18}	0,0000000000000000001
Milbillonésima	10^{-15}	0,000000000000001
Billonésima	10^{-12}	0,000000000001
Milmillonésima	10^{-9}	0,000000001
Millonésima	10^{-6}	0,000001
Milésima	10^{-3}	0,001
Centésima	10^{-2}	0,01
Décima	10^{-1}	0,1
Uno	1	1

Diez	10^1	10
Cien	10^2	100
Mil	10^3	1 000
Millón	10^6	1 000 000
Mil millones	10^9	1 000 000 000
Billón *	10^{12}	1 000 000 000 000
Mil billones	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Trillón	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
Mil trillones	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000

N.OE.7.2.2 Realiza cálculos con fluidez con los números enteros, incluyendo las raíces de cuadrados perfectos y cubos perfectos.

- Conceptos:** * Números enteros
 * Raíces
 * Cuadrados perfectos
 * Cubos perfectos
 * Radical

- Destrezas:** * Evaluar expresiones con raíces cuadráticas y cúbicas.
 * Conoce que significa un radical.

Referencias Electrónicas

<http://www.mamutmatematicas.com/ejercicios/raices-cuadradas.php>

<http://www.mamutmatematicas.com/ejercicios/ejemplos/raices-cuadradas-perfectas.htm>

<http://www.disfrutalasmaticas.com/numeros/cuadrados-raices-cuadradas.html>

Raíces de cuadrados perfectos

Para entender las raíces cuadradas primero tienes que entender los cuadrados...

¿Cómo se calcula el cuadrado de un número?

*Para calcular el cuadrado de un número, sólo hay que multiplicarlo por sí mismo...

Ejemplo: ¿Cuál es el cuadrado de 3?

Nota: escribimos "3 al cuadrado" como 3^2

(el "2" pequeño significa que el número aparece dos veces en la multiplicación)

Más cuadrados

$$4 \text{ al cuadrado} = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$5 \text{ al cuadrado} = 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$6 \text{ al cuadrado} = 6^2 = 6 \times 6 = 36$$

Raíz cuadrada

La **raíz cuadrada** va en la dirección contraria:

3 al cuadrado es 9, así que **la raíz cuadrada de 9 es 3**

La raíz cuadrada de un número es...

... ese valor particular tal que **cuando lo multiplicas por sí mismo** te da el número original.

La raíz cuadrada de **9** es...

... **3**, porque **cuando multiplicas 3 por sí mismo** sale **9**.

Ejemplo: ¿Cuál es la raíz cuadrada de 25?

Bueno, acabamos de ver que $25 = 5 \times 5$, así que si multiplicas 5 por sí mismo (5×5) sale 25.

Entonces la respuesta es 5

El símbolo de raíz cuadrada



Este es el símbolo que significa "raíz cuadrada", es como una marca de "correcto", de hecho hace cientos de años empezó siendo un punto con un palito hacia arriba.

Se le llama **radical**, ¡y siempre hace que las matemáticas parezcan importantes!

Se usa así: $\sqrt{9} = 3$ (se dice que "la raíz cuadrada de 9 es 3")

También puedes calcular el cuadrado de números negativos

Mira esto:

El cuadrado de 5 es 25: $5 \times 5 = 25$

Pero el cuadrado de -5 también es 25: $-5 \times -5 = 25$

(porque negativo por negativo es positivo)

Así que la **raíz cuadrada** de 25 puede ser 5 o -5

¡Hay una respuesta positiva y otra negativa para una raíz cuadrada!

Pero cuando la gente habla de "la" raíz cuadrada normalmente se refieren a la positiva.

Y cuando usas el símbolo radical **√ siempre** quiere decir la raíz positiva.

Ejemplo: $\sqrt{36} = 6$ (no -6)

Cuadrados perfectos

Los cuadrados perfectos son los cuadrados de los números enteros:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	etc
Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	...

perfectos:

Raíz de cubos perfecto

Para entender las raíces cúbicas, primero tienes que entender los cubos...

¿Cómo calcular el cubo de un número?

*Para **hacer el cubo** de un número, sólo multiplícalo **3 veces** ...

Nota: escribimos "3 al cubo" así: 3^3

(el "3" pequeño dice que el número se multiplica tres veces)

Algunos cubos más

$$4 \text{ al cubo} = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$5 \text{ al cubo} = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$6 \text{ al cubo} = 6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

Raíz cúbica

La **raíz cúbica** va en la otra dirección:

3 al cubo es 27, así que **la raíz cúbica de 27 es 3**

La raíz cúbica de un número es ...

... el valor exacto que, al **evarlo al cubo**, da el número original.

La raíz cúbica de **27** es ...

... **3**, porque **cuando hacemos el cubo de 3** nos da **27**.

Aquí tienes más cubos y raíces cúbicas:

Ejemplo: ¿Cuál es la raíz cúbica de 125?

Bueno, acabamos de ver que $125 = 5 \times 5 \times 5$ (si multiplicas 5 tres veces sale 125)

...

... así que la respuesta es 5

El símbolo de la raíz cúbica



Este es el símbolo especial para "raíces cúbicas", es el símbolo "radical" (el de las raíces cuadradas) con un tres pequeño encima para indicar que es una raíz **cúbica**.

Se usa así: $\sqrt[3]{27} = 3$ (se lee "la raíz cúbica de 27 es igual a 3")

También puedes hacer la raíz cúbica de números negativos

Mira esto:

Si haces el cubo de 5 sale 125: $5 \times 5 \times 5 = 125$

Si haces el cubo de -5 sale -125: $-5 \times -5 \times -5 = -125$

Así que la **raíz cúbica** de -125 es -5

Cubos perfectos

Los cubos perfectos son los cubos de los números enteros:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 etc.

Cubos perfectos:	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	1331	1728	2197	2744	3375	...
-------------------------	---	---	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	-----

N.OE.7.3.5 Relaciona una potencia y la extracción de la raíz de un cuadrado perfecto. Identifica, calcula y utiliza la raíz de cuadrados perfectos.

Conceptos: * Raíz cuadrada
*Potencias

*Cuadrados perfectos

Destrezas: * Encontrar raíces cuadradas perfectas

* Identificar, calcular y utilizar la raíz de cuadrados y cubos perfectos.

Referencias Electrónicas

<http://www.aplicaciones.info/decimales/poten03.htm>

<http://descartes.cnice.mec.es/edad/4esomatematicasB/impresos/quincena2.pdf>

Relación de exponentes y radicales

RADICALES

Se llama raíz n -ésima de un número a , y se escribe $\sqrt[n]{a}$, a un número b que elevado a n dé a .

Ejemplos:

$$\sqrt{196} = 14, \text{ porque } 14^2 = 196$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3, \text{ porque } (-3)^3 = -27$$

$$\sqrt[3]{81} = 3, \text{ porque } 3^3 = 81$$

$$\sqrt[5]{1024} = 4, \text{ porque } 4^5 = 1024$$

$\sqrt[n]{a}$ Se llama radical; a , radicando; y n , índice de la raíz.

EXISTENCIA DE RADICALES.

Primera: si a es positivo, $\sqrt[n]{a}$ existe, cualquiera que sea n .

$\sqrt{5}, \sqrt[4]{7}, \sqrt[5]{0,85}$ existen

Segunda: si a es negativo, sólo existen sus raíces de índice impar.

$\sqrt[3]{-8}$ existe

$\sqrt[6]{-0,85}$ no existe

Tercera: salvo que a sea una potencia n -ésima de un número entero o fraccionario, $\sqrt[n]{a}$

es un número irracional. Sólo podremos obtener su expresión decimal aproximada.

N.SN.7.1.4 Determina (sin calculadora) entre qué dos enteros se encuentra la raíz de un entero que no es un cuadrado perfecto y explica porqué.

Conceptos: * Raíz
* Cuadrados perfectos
* Estimación

Destrezas: * Encontrar raíces cuadradas perfectas
* Identificar, calcular y utilizar la raíz de cuadrados y cubos perfectos.

Referencias Electrónicas

N.SN.7.1.1 Reconoce que todo número racional es un decimal periódico infinito y convierte decimales finitos a fracciones.

Conceptos: * Números Racionales
* Decimal periódico infinito
* Decimal finito

Destrezas: * Ubicar fracciones en la recta
* Reconocer con fluidez las representaciones equivalentes de fracciones, decimales y por ciento.
* Convertir decimales finitos a fracciones.
* Reconocer que todo número racional es un decimal periódico o decimal finito

Referencias Electrónicas

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/proyectos2004/matematicas/Tema5/Orden.htm.

<http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Decimalafraccion.htm>

<http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu1/nycu1t3.htm>

<http://www.tareaescolar.net/tareaescolar/matematicas/SEXTO/NUMEROS%20FRACCIONARIOS/representacion%20de%20fracciones%20sobre%20la%20recta%20numerica/representacion%20de%20fracciones%20sobre%20la%20recta%20numerica.html>

Los números decimales pueden clasificarse en:

a) **decimales finitos**: son aquellos que tienen fin, es decir, no hay un número que se repita.

Ejemplos: 4,56 ; 0,0003 ; 2,9876 ; 0,1 ; 3,42 , etc.

Siempre que se divida el numerador por el denominador, y la división termine y se obtenga **resto cero**, la división es exacta y su resultado será un decimal finito.

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$$

20
0 // Decimal finito

Un decimal finito representa una **fracción decimal**.

b) **decimales infinitos**: son aquellos números que no se acaban, es decir, hay uno o varios números que se repiten infinitamente. Por ejemplo: 0,333333..... es infinito por que el 3 se repite indefinidamente. Estos números son divisiones inexactas. **No** representan una fracción decimal.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{10} : 3 = 0,333\dots$$

$\frac{1}{10}$
 $\frac{1}{10}$
 $\frac{1}{10\dots}$

↑
Decimal infinito

Los decimales infinitos pueden ser: **infinitos puros, infinitos periódicos e infinitos semiperiódicos.**

Al conjunto de los números racionales sólo pertenecen los números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos. **Los decimales infinitos puros pertenecen al conjunto de los números irracionales, porque no pueden transformarse en fracción.**

c) decimales infinitos periódicos: son aquellos que tiene una o más cifras que se **repite sucesiva e infinitamente**, formando el **período**. Se escribe en forma abreviada coronando al período con un pequeño trazo.

$$\frac{7}{9} = 0,777\dots = 0,\overline{7}$$

Decimal periódico
Período : 7

d) decimales infinitos semiperiódicos: En estos decimales aparecen una o más cifras **antes** del período. El número formado por dichas cifras se llama **anteperíodo** (es un número que está entre la coma y la rayita).

$$\frac{7}{30} = 0,2333\dots = 0,2\overline{3}$$

Decimal semiperiódico
Período : 3
Anteperíodo : 2

Transformación de un decimal finito a fracción

Se convierte el número a fracción decimal y, si se puede, se simplifica. Para transformar el número decimal a fracción decimal se utilizan **potencias de diez** (10, 100, 1.000, etc.). Se colocan tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Ejemplo 1: $0,045 = \frac{45}{1.000} : 5 = \frac{9}{200}$ Se anota el número, en este caso 45.
 $1.000 : 5 = 200$ Se divide por 1.000, porque hay tres espacios decimales ocupados, luego simplificamos por 5

Ejemplo 2: $1,2 = \frac{12}{10} : 2 = \frac{6}{5}$

Transformación de un decimal infinito periódico en fracción

Los pasos a seguir son los siguientes:

- 1) Se anota el número y se le **resta** él o los números que están antes del período (de la rayita)
- 2) Se coloca como denominador un **9** por cada número que está en el período (si hay un número bajo la rayita se coloca un 9, si hay dos números bajo el período se coloca 99, etc.). Si se puede simplificar, se simplifica.

$$\begin{aligned}
 2,666\dots &= 2,\overline{6} \\
 2,\overline{6} &= \frac{26 - 2}{9} = \frac{24}{9} \\
 &= \frac{24 : 3}{9 : 3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3} \\
 2,\overline{6} &= 2 \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Otro ejemplo: Expresar como fracción $57,188888\dots$

$$\begin{aligned}
 57,1\overline{8} &= \frac{5.718 - 57}{99} = \frac{5.661}{99} : 9 = \frac{629}{11}
 \end{aligned}$$

Transformación de decimal infinito semiperiódicos a fracción

- 1) El **numerador** de la fracción se obtiene, **al igual que en el caso anterior**, restando al número la parte entera y el anteperíodo, o sea, todo lo que está **antes** de la “rayita”.
- 2) El **denominador** de la fracción se obtiene colocando tantos **9** como cifras tenga el período y tantos **0** como cifras tenga el anteperíodo. Como siempre, el resultado se expresa como fracción irreductible (no se puede simplificar más) o como número mixto.

$$\begin{aligned}
 2,466\dots &= 2,4\bar{6} \\
 2,4\bar{6} &= \frac{246-24}{90} = \frac{222}{90} = \\
 &= \frac{222}{90} = \frac{37}{15} = 2\frac{7}{15}
 \end{aligned}$$

Ubicar fracciones en la recta numérica

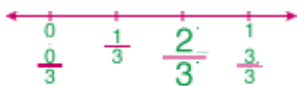
Todas las fracciones pueden **ubicarse en la recta numérica**. Estudiemos cómo se hace en cada uno de los casos.

Fracción propia

Toda fracción propia se ubica entre el 0 y el 1 de la recta. Sólo habrá que dividir ese segmento de recta en las partes que indica el denominador de la fracción; mientras, el numerador nos señala cuántas partes hay que tomar.

Por ejemplo, si ubicamos $2/3$ en la recta numérica, dividimos en 3 partes iguales la distancia que existe entre 0 y 1. A continuación nominamos cada tercio.

Observa lo anterior en este diagrama:



Fracción impropia

En este caso, **las fracciones necesitan ser transformadas a número mixto, antes de ubicarlas en la recta numérica.**

Ello, debido a que **las fracciones impropias son mayores que 1.**

Al convertirlas en número mixto, **el entero que se obtiene nos indica entre qué números enteros está la fracción impropia, y la fracción que nos resulta se ubica entre dichos números.**

Por ejemplo, veamos qué sucede con $5/3$.

$$5/3 = 1\frac{2}{3}$$

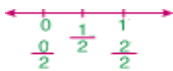
El entero 1 nos indica que la fracción está entre el 1 y el 2. Por eso, dividimos ese segmento (del 1 al 2) en tres partes iguales y marcamos donde va $2/3$. De este modo, ubicamos allí mismo los $5/3$, que corresponden a nuestra fracción original.

Fracción igual a la unidad

En el tercer caso, de fracción igual a la unidad, éstas se ubican siempre en el número 1.

Sí, porque, por ejemplo, $2/2=1$

Observa:



N.OE.7.3.1 Realiza cálculos con fluidez con los números racionales (enteros, fracciones y decimales positivos y negativos) y aplica el orden de operaciones.

Descubre y aplica las relaciones caracterizadas por;

$$a - b = a + (-b); a \div b = a/b, a \div b = a (1/b).$$

Conceptos: * Números Racionales

* Enteros

* Fracciones

* Decimales

* Orden de Operaciones

* Recíproco

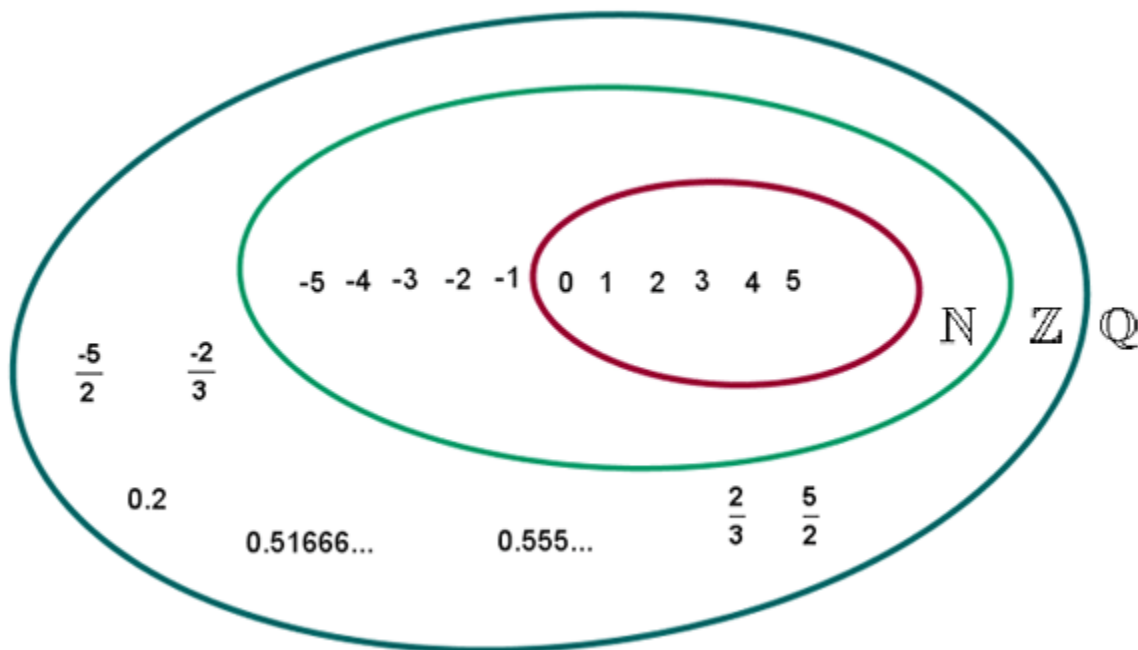
- Destrezas:** * Realiza operaciones con números racionales, irracionales.
 * Aplica el orden de operaciones

Referencias Electrónicas

http://www.vitutor.net/1/0_7.html

Un **número racional** es todo **número** que puede representarse como el **cociente de dos enteros**, con denominador distinto de cero. Se representa por **Q**.

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbf{Z}; b \in \mathbf{Z}; b \neq 0 \right\}$$



Operaciones con números racionales

Suma y resta de números racionales

Con el mismo denominador

Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

Con distinto denominador

En primer lugar se [reducen los denominadores a común denominador](#), y se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{6} = \frac{15-2}{12} = \frac{13}{12}$$

Propiedades de la suma de números racionales

1. Interna:

$$a + b \in \mathbf{Q}$$

2. Asociativa:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \cdot$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{8} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{2+1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2} + \frac{2+3}{8}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} \quad \frac{6+3}{8} = \frac{4+5}{8} \quad \frac{9}{8} = \frac{9}{8}$$

3. Conmutativa:

$$a + b = b + a$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2+1}{4} = \frac{1+2}{4} \quad \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

4. Elemento neutro:

$$a + 0 = a$$

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

5. Elemento opuesto

$$a + (-a) = 0$$

$$\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

$$-\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

Multiplicación de números racionales

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

Propiedades de la multiplicación de números racionales

1. Interna:

$$a \cdot b \in \mathbf{Q}$$

2. Asociativa:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20} \quad \frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

3. Conmutativa:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{8} \quad \frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

4. Elemento neutro:

$$a \cdot 1 = a$$

$$\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

5. Elemento inverso:

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

$$5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

6. Distributiva:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

7. Sacar factor común:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

División de números racionales

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{6} = \frac{30}{7}$$

Operaciones con números racionales

Calcula las siguientes operaciones con números racionales:

$$1 \quad \left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right) =$$

$$\left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right) = 3 + \frac{1}{4} - 2 - \frac{1}{6} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12+3-2}{12} = \frac{13}{12}$$

$$2 \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} : \left(\frac{3+4}{12} \right) = \frac{1}{2} : \frac{7}{12} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

$$3 \quad \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2 \right) =$$

$$\left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2 \right) = \left(\frac{5-3}{3} \right) \cdot \left(\frac{7-4}{2} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$4 \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \right) =$$

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{3+2}{4} \right) : \left(\frac{10+1}{6} \right) = \frac{5}{4} : \frac{11}{6} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$$

Efectúa las divisiones de números racionales:

$$1 \quad \frac{1}{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$2 \quad \frac{3}{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{3}{\frac{1}{2}} = 3 : \frac{1}{2} = 6$$

$$3 \quad \frac{3}{\frac{5}{2}} =$$

$$\frac{3}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$$

Realiza las operaciones con números racionales:

$$1 \quad \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} =$$

$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{6+1}{4}}{\frac{5-2}{6}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{3}{6}} = \frac{7}{4} : \frac{3}{6} = \frac{7}{4} : \frac{1}{2} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

$$2 \quad \frac{-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{4}} =$$

$$\frac{-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{-12+9-4}{12}}{\frac{8-1}{4}} = \frac{\frac{-7}{12}}{\frac{7}{4}} = \frac{-7}{12} : \frac{7}{4} = -\frac{28}{84} = -\frac{7}{21} = -\frac{1}{3}$$

Efectúa las operaciones con números racionales:

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} =$$

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{2-1}{2}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1}} = 1 - \frac{1}{1-2} = 1 - \frac{1}{-1} = 1 + 1 = 2$$

Potencias de números racionales

Potencias de exponente entero y base racional

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$$

Propiedades

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

2. $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$

3. Producto de potencias con la misma base:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

4. División de potencias con la misma base:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

5. Potencia de una potencia:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

6. Producto de potencias con el mismo exponente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^n$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

7. Cociente de potencias con el mismo exponente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^n$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \div \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{21}{10}\right)^3$$

Ejercicios de operaciones combinadas de números racionales

$$\left[\left(2 - 1\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(7\frac{1}{2}\right)^3\right] \div \left(5 - \frac{6}{5}\right) =$$

Primero operamos con los productos y números mixtos de los paréntesis.

$$= \left[\left(2 - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3\right] \div \left(5 - \frac{6}{5}\right) =$$

Operamos en el primer paréntesis, quitamos el segundo, simplificamos en el tercero y operamos en el último.

$$= \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3\right] \div \frac{19}{5} =$$

Realizamos el producto y lo simplificamos.

$$= \left(\frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54000}{5000}\right) \div \frac{19}{5} = \left(\frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54}{5}\right) \div \frac{19}{5} =$$

Realizamos las operaciones del paréntesis.

$$= \frac{32 + 125 - 150 - 2160}{200} \div \frac{19}{5} =$$

Hacemos las operaciones del numerador, dividimos y simplificamos el resultado.

$$= \frac{-2153}{200} \div \frac{19}{5} = \frac{-10765}{3800} = \frac{-2153}{760}$$

Opera:

$$\begin{aligned}
& \frac{\left(2 - \frac{1}{5}\right)^2}{\left(3 - \frac{2}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{4} - \frac{2}{7} : \frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} : \frac{1}{5}\right)} - 5\frac{1}{7} = \\
& - \frac{\left(\frac{10-1}{5}\right)^2}{\left(\frac{27-2}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{30}{28} - \frac{4}{7}\right)^3}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} : \frac{1}{5}\right)} - \frac{35+1}{7} = \\
& - \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2}{\left(\frac{25}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{15}{14} - \frac{4}{7}\right)^3}{\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{12}\right)} - \frac{36}{7} = \\
& - \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2}{\left(\frac{25}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{15-8}{14}\right)^3}{\left(\frac{6-5}{12}\right)} - \frac{36}{7} = \\
& - \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2}{\left(\frac{25}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\frac{1}{12}} - \frac{36}{7} = \\
& - \frac{81}{25} : \frac{1}{\frac{1}{8}} - \frac{36}{7} = \frac{81}{9} : \frac{12}{8} - \frac{36}{7} = \\
& - 9 : \frac{3}{2} - \frac{36}{7} = \frac{18}{3} - \frac{36}{7} = 6 - \frac{36}{7} = \frac{42-36}{7} = \frac{6}{7}
\end{aligned}$$

Efectúa operaciones combinadas

$$\begin{aligned}
& \left[\left(2 - 1\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(7\frac{1}{2}\right)^3 \right] : \left(5 - \frac{6}{5}\right) = \\
& - \left[\left(2 - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3 \right] : \left(5 - \frac{6}{5}\right) = \\
& - \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3 \right] : \frac{19}{5} = \\
& = \left(\frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54000}{5000}\right) : \frac{19}{5} = \left(\frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54}{5}\right) : \frac{19}{5} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{32 + 125 - 150 - 2160}{200} : \frac{19}{5} =$$

$$= \frac{-2153}{200} : \frac{19}{5} = -\frac{10765}{3800} = -\frac{2153}{760}$$

N.OE.7.3.3 Estima y juzga la razonabilidad de los resultados que involucran las operaciones con números racionales.

Conceptos: * Números Racionales
* Estimar

Destrezas: *Utiliza técnicas de estimación y verificación

Referencias Electrónicas

N.SN.7.1.5 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas.

Conceptos: *Números racionales
*Propiedades

Destrezas: *Aplica las propiedades de los números racionales.
* Define las propiedades de los números racionales.

Referencias Electrónicas

[http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/props.htm`](http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/props.htm)

Propiedades de los números reales

Si a , b y c son números reales entonces:

Propiedad	Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Conmutativa	Suma	$a+b = b+a$	<i>El orden al sumar o multiplicar reales no afecta el resultado.</i>	$2+8 = 8+2$
	Multiplicación	$ab = ba$		$5(-3) = (-3)5$

Propiedad	Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Asociativa	Suma	$a+(b+c)=(a+b)+c$	<i>Puedes hacer diferentes asociaciones al sumar o multiplicar reales y no se afecta el resultado.</i>	$7+(6+1)=(7+6)+1$
	Multiplicación	$a(bc) = (ab)c$		$-2(4 \times 7) = (-2 \times 4)7$

Propiedad	Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Identidad	Suma	$a + 0 = a$	<i>Todo real sumado a 0 se queda igual; el 0 es la identidad aditiva.</i>	$-11 + 0 = -11$
	Multiplicación	$a \times 1 = a$		<i>Todo real</i> $17 \times 1 = 17$

			<i>multiplicado por 1 se queda igual; el 1 es la identidad multiplicativa.</i>	
--	--	--	--	--


Propiedad	Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Inversos	Suma	$a + (-a) = 0$	<i>La suma de opuestos es cero.</i>	$15 + (-15) = 0$
	Multiplicación	$(a) \frac{1}{a} = 1$	<i>El producto de recíprocos es 1.</i>	$\frac{1}{4}(4) = 1$

Propiedad	Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Distributiva	Suma respecto a Multiplicación	$a(b+c) = ab + ac$	<i>El factor se distribuye a cada sumando.</i>	$2(x+8) = 2(x) + 2(8)$

Identifica la propiedad:

 $5(4 \times 1.2) = (5 \times 4) 1.2$

 $14 + (-14) = 0$

 $3(8 + 11) = 3(8) + 3(11)$

 $(5 + 7) 9 = 9(7 + 5)$

Aplica la propiedad indicada:

- ✿ $5(x + 8)$; (conmutativa de suma)
- ✿ $(3 \times 6) 2$; (asociativa de multiplicación)
- ✿ $(9 + 11) + 0$; (identidad aditiva)
- ✿ $12(x + y)$; (distributiva)
- ✿ $9(6 + 4)$; (conmutativa de multiplicación)
- ✿ $(x + y) + z$; (asociativa de suma)

(RESPUESTAS)

Otras propiedades

Propiedad de los opuestos	Que dice	Ejemplo
$-(-a) = a$	<i>El opuesto del opuesto es el mismo número.</i>	$-(-9) = 9$
$(-a)(b) = a(-b) = -(ab)$	<i>El producto de reales con signos diferentes es negativo.</i>	$(-15)(2) = 15(-2) = -(15 \times 2) = -30$
$(-a)(-b) = ab$	<i>El producto de reales con signos iguales es positivo.</i>	$(-34)(-8) = 34 \times 8$
$-1(a) = -a$	<i>El producto entre un real y -1 es el opuesto del número real.</i>	$-1(7.6) = -7.6$

Propiedades del cero

Propiedad del cero	Que dice	Ejemplo
$a \times 0 = 0$	<i>Todo real multiplicado por 0 es 0.</i>	$16 \times 0 = 0$
$a \times b = 0$ entonces $a = 0$ ó $b = 0$	<i>Si un producto es 0 entonces al menos uno de sus factores es igual a 0.</i>	$(a+b)(a-b) = 0$ entonces $a + b = 0$ ó $a - b = 0$

Operación	Definición	Que dice	Ejemplo
Resta	$a - b = a + (-b)$	<i>La resta es la suma del opuesto del sustraendo.</i>	$2 - 8 = 2 + (-8) = -6$
División	$a \div b = a \times \frac{1}{b}$	<i>La división es la multiplicación por el recíproco del divisor.</i>	$2 \div 5 = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

N.OE.7.3.2 Representa y soluciona problemas matemáticos y de la vida real que involucre los números racionales.

Conceptos: *Números racionales
*Solución de problemas

Destrezas: *Aplica las propiedades de los números racionales para resolver Problemas matemáticos.
* Utilizar método de solución de problemas.

Referencias Electrónicas

<http://www.gratisweb.com/juanfco20004/>

<http://www.sectormatematica.cl/librosmat/Perelman%20-%20Algebra%20recreativa.pdf>

<http://www.sectormatematica.cl/librosmat/libronivel5.pdf>

N.SN.7.4.1 Identifica una o más razones que representen una comparación dada y expresa las razones usando distintas notaciones(a/b ; $a a /b$; $a : b$).

Conceptos: *Razones
*Notaciones

Destrezas: * Aplica estrategias para identificar una razón.
* Representar fracciones y razones.
*Representar razón de 100.

Referencias Electrónicas

<http://www.ditutor.com/proporcionalidad/razones.html>

Razón es el cociente entre dos números o dos cantidades comparables entre sí, expresado como fracción.

$\frac{a}{b}$ → antecedente
→ consecuente

Los términos de una razón se llaman: antecedente y consecuente. El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

Diferencia entre razón y fracción

La razón en los lados de un rectángulo de 5 cm de altura y 10 cm de base es: $\frac{5}{10}$

No hay que confundir razón con fracción.

Si $\frac{a}{b}$ es una fracción, entonces a y b son números enteros con $b \neq 0$, mientras que en la razón $\frac{a}{b}$ los números a y b pueden ser decimales.

Proporción

Una proporción es una igualdad entre dos razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$a, d \rightarrow$ **extremos**
 $b, c \rightarrow$ **medios**

Constante de proporcionalidad

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

Propiedades de las proporciones

En una proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$$

En una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Si en una proporción cambian entre sí los medios o extremos la proporción no varía.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

Cuarto proporcional

Es uno cualquiera de los términos de una proporción.

Para calcularlo se divide por el opuesto, el producto de los otros dos términos.

$$\frac{2}{x} = \frac{4}{10}$$

$$x = \frac{2 \cdot 10}{4}$$

$$x = 5$$

$$\frac{x}{5} = \frac{4}{10}$$

$$x = \frac{5 \cdot 4}{10}$$

$$x = 2$$

Números fraccionarios

Son números que se utilizan para expresar partes o proporciones de algo.

Por ejemplo, cuando decimos $\frac{1}{2}$ hora (media hora) nos referimos a la mitad de una hora, o si se dice $\frac{1}{2}$ docena de huevos, nos estamos refiriendo a la mitad de una docena (seis huevos).

Fracciones comunes

Las fracciones se presentan con dos números: al de arriba se le llama numerador y al de abajo denominador.

El denominador indica en cuántas partes iguales se ha dividido el entero.

El numerador indica cuántas partes hemos tomado.

Se puede representar la misma cantidad con fracciones equivalentes, por ejemplo:

$\frac{1}{2}$ (una parte de un total de dos) y $\frac{50}{100}$ (cincuenta partes de un total de 100) representan la misma fracción, porque ambas son la mitad del total.

Fracciones decimales

Las fracciones también pueden representarse en forma decimal. Por

ejemplo, $\frac{50}{100}$ es igual a 0.50.

Convertir fracciones comunes en decimales

Para convertir una fracción común en una decimal, se divide el numerador (el número de arriba) entre el denominador (el número de abajo).

Para el caso de un medio, se divide uno entre 2, dando como resultado 0.5.

Convertir fracciones decimales en comunes

La fracción decimal se escribe en forma de fracción común, igual a como se lee y luego se simplifica.

Por ejemplo: 0.50 se lee “cincuenta centésimos”, entonces escribimos: $\frac{50}{100}$.

Para simplificarla, se dividen el numerador y el denominador entre un mismo número.

$$50:10 = 5$$

$$100:10 = 10$$

Si es posible, se repite este proceso. En este caso, podemos dividir entre cinco tanto al 10 como al cinco.

$$5 : 5 = 1$$

$$10 : 5 = 2$$

Entonces sabemos que .50 es igual a $\frac{1}{2}$.

A.RE.7.5.3 Aplica correctamente el orden de las operaciones para evaluar expresiones algebraicas.

Conceptos: * Orden de Operaciones
* Expresiones Algebraicas

Destrezas: * Realiza expresiones aritméticas.
* Reconoce el orden de operaciones.
* saber que operaciones utilizar en distintos ejercicios.

Referencias Electrónicas

www.sectormatematica.cl/media/NM1/NM1_algebra%20.doc

www.lidi.info.unlp.edu.ar/ingreso/.../06_Polinomios.ppt

<http://html.rincondelvago.com/expresiones-algebraicas.html>

Término algebraico: es el producto y/o división de una o más variables (factor literal) y un coeficiente o factor numérico. Por ejemplo:

$$3xy^2$$

,

$$-ab$$

$$\frac{2}{3}xz$$

$$5\frac{p}{q}$$

, el cálculo del área de un triángulo la rapidez media

$$3xy^2$$

; En este término algebraico, tenemos que 3 es el factor numérico y xy^2 el coeficiente literal.

$$-ab$$

; En este término algebraico, tenemos que -1 es el factor numérico y ab el coeficiente literal.

Expresión algebraica: es el resultado de combinar uno o más términos algebraicos mediante las operaciones de adición y/o sustracción. Por ejemplo:

$$-ab + 8x^2$$

$$4xy + x^3yz - 0,25y^2$$

$$-5pq - \frac{1}{3}q^2 + 8p^2 - \frac{3}{5}r$$

$$2b$$

Se denomina grado de un término algebraico, a la suma de los exponentes de su factor literal, por ejemplo:

$$3xy^2$$

tiene grado $1 + 2 = 3$; $-0,03a^5b^2c^3de^4$

tiene grado $5 + 2 + 3 + 1 + 4 = 15$

.

Cuando una expresión algebraica tiene un sólo término algebraico, recibe el nombre de *Monomio*. Si la expresión algebraica tiene dos términos algebraicos recibe el nombre de *Binomio*. Si tiene tres términos algebraicos, recibe el nombre de *Trinomio*. Y en caso contrario si tiene más de tres términos algebraicos, se denomina Multinomio.

Además, las expresiones algebraicas con exponentes positivos se llaman polinomios.

Por ejemplo: (i) $3xy^2$
es un monomio (polinomio), pues tiene un solo término algebraico (con exponentes positivos).

(ii) $-ab + 8x^2$
es un binomio (y es un polinomio).

(iii) $-5pq - \frac{1}{3}q^2 + 8p^2 - \frac{3}{5}r$
es un trinomio (y es un polinomio).

☒ es un monomio (que no es un polinomio).

☒ es un binomio (que no es polinomio)

Valorización de expresiones algebraicas

Valorar una expresión algebraica es reemplazar cada variable por un valor numérico que le corresponde y resolver las operaciones indicadas en la expresión para determinar su valor final.

Por ejemplo valoremos las siguientes expresiones algebraicas:

(i) El área de un triángulo se determina como el semiproducto entre la base y la altura, esto es: en donde : base y : altura. Entonces si y tenemos que:

(ii) $3x^2 - xy + 2xy^2$
si $x = -1$
e $y = 2$

Primero reemplazamos las variables, esto es:

Luego realizamos todas las operaciones con su orden respectivo

$$(iii) \quad a^3b + 5abc - \frac{4c^2}{b^2}$$

si $a = 3$
, $b = 2$
y $c = -2$

En forma análoga al ejercicio anterior, reemplazamos las variables en primer lugar:

$$a^3b + 5abc - \frac{4c^2}{b^2} = 3^3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (-2) - \frac{4 \cdot (-2)^2}{2^2}$$

Luego realizamos las operaciones correspondientes

$$3^3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (-2) - \frac{4 \cdot (-2)^2}{2^2} = 27 \cdot 2 + -60 - \frac{4 \cdot 4}{4} = 54 + -60 - 4 = -10$$

(iv) si

Entonces reemplazando en la expresión algebraica tenemos:

Reducción de términos semejantes

Los términos semejantes son los términos algebraicos que tienen el mismo factor literal, es decir, deben tener las mismas letras con los mismos exponentes. Por

ejemplo: $5x^2y$

es término semejante con $-2x^2y$

. El término $\frac{3}{7}abc^3$

es término semejante con $8c^3ab$

La reducción de términos semejantes consiste en sumar o restar éstos términos que se encuentran en alguna expresión algebraica.

Algunos ejemplos de la reducción de expresiones algebraicas son los siguientes:

(i) De acuerdo a la siguiente la figura determina el perímetro

Entonces el perímetro de la figura, es la suma de las medidas de todos sus lados, esto es: en este caso hay tres términos algebraicos cuyo factor literal es por lo cual se pueden sumar. También hay tres términos algebraicos que tienen factor literal por lo cual se pueden sumar. Por lo tanto

$$(ii) -2a^2b - 3a + 2 + 5ab - 8a + 15 + 18ba^2 - 14a$$

En este ejemplo hay dos términos cuyo factor literal es a^2b , estos términos son semejantes, por lo cual se pueden sumar. También hay tres términos que tienen factor literal a , por tanto, son términos semejantes y se pueden sumar. En la expresión algebraica tenemos números solos (sin factor literal), por tal se suman. Haciendo estas operaciones la expresión en (ii) nos queda:

$$(iii) 3xy - yz + 5yx - 10zx + 3yx - 12zy - 13xz + yz$$

En este ejemplo hay tres términos que tienen factor literal xy , por lo cual son términos semejantes y se pueden sumar. También ocurre lo mismo con los términos que tienen factor literal yz y xz , los cuales son términos semejantes y se pueden sumar. Reduciendo términos semejantes, nos queda:

$$3xy - yz + 5yx - 10zx + 3yx - 12zy - 13xz + yz = 11xy - 12yz - 23xz$$

Uso de paréntesis

En álgebra, al igual que en aritmética, los paréntesis nos sirven para indicar que las operaciones que ellos encierran tienen prioridad ante las demás, o bien para indicar lo que está dentro de ellos debe ser considerado como un todo.

Para suprimir los paréntesis en una expresión algebraica se siguen las siguientes reglas:

(i) Si un paréntesis es precedido por un signo positivo, entonces se puede suprimir sin cambiar los signos de los términos que están dentro de ellos.

(ii) En caso contrario, esto es si un paréntesis es precedido por signo negativo, entonces al suprimir el paréntesis los términos que están dentro de él cambian de signo.

En el caso que a un paréntesis no le preceda ningún signo, entonces se entiende que el paréntesis tiene un signo positivo.

Por ejemplo, en la siguiente expresión, suprimir los paréntesis y reducir los términos semejantes.

$$3x - (-2y + 4x + 18y) + (-7x + -3y + x) - 5x$$

Para resolver este ejercicio se puede hacer de dos formas, una es eliminar inmediatamente los paréntesis y luego reducir los términos semejantes. La segunda forma es reducir los términos semejantes dentro del paréntesis y luego eliminar los paréntesis, y nuevamente reducir términos semejantes. Aplicaremos la segunda forma:

$$\begin{aligned} 3x - (16y + 4x) + (-6x + -3y) - 5x &= 3x + -16y + -4x + -6x + -3y - 5x \\ &= -12x - 19y \end{aligned}$$

En algunas expresiones algebraicas hay más de un paréntesis, en estos casos para eliminar los paréntesis, se suprime primero los paréntesis que están al interior de otro y así sucesivamente. Aunque también se puede hacer de la forma contraria, es decir, eliminar primero los paréntesis desde el exterior hasta llegar a los interiores, es poco común proceder así ya que resulta más complicado.

Por ejemplo, en la siguiente expresión, suprimir los paréntesis y reducir los términos semejantes

$$(i) -\{-0,4x + [1,2x^2 - (3,2x^2 + 1,6x)]\} - 9x^2$$

Para este ejemplo, en primer lugar, suprimimos los paréntesis interiores hasta llegar a los exteriores y luego reducimos los términos semejantes. Entonces:

$$\begin{aligned} -\{-0,4x + [1,2x^2 - 3,2x^2 - 1,6x]\} - 9x^2 &= -\{-0,4x + 1,2x^2 - 3,2x^2 - 1,6x\} - 9x^2 \\ 0,4x - 1,2x^2 + 3,2x^2 + 1,6x - 9x^2 &= 2x - 7x^2 \end{aligned}$$

Para verificar lo dicho respecto de las mayores dificultades para eliminar los paréntesis desde afuera hacia adentro, el lector puede hacerlo en este caso.

$$(ii) \quad \frac{3}{2}a - \left(\frac{5}{3}b - 3,5a - 2,5a \right) + \frac{8}{6}b$$

Al igual que el ejemplo anterior, empezamos suprimiendo los paréntesis que están más al interior hasta llegar al más exterior y luego reducimos los términos semejantes, esto es:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}a - \frac{5}{3}b - 3,5a - 2,5a + \frac{8}{6}b &= \frac{3}{2}a - \frac{5}{3}b - 6a + \frac{8}{6}b = \frac{3}{2}a - \frac{5}{3}b + 6a - \frac{8}{6}b \\ &= \frac{15}{2}a - 3b \end{aligned}$$

A.RE.7.5.4 Simplifica, interpreta y evalúa expresiones algebraicas que incluyen exponentes.

- Conceptos:**
- * Simplificar
 - * Interpretar
 - * Expresiones Algebraicas
 - * Exponentes

- Destrezas:**
- * Identifica base y exponente
 - * Reconoce el orden de operaciones.
 - * Reconoce las propiedades de los exponentes

Referencias Electrónicas

<http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/propsexpon.htm>

PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$b^0 = 1$ si $b \neq 0$	Toda base elevada a la cero es 1, excepto el cero.	$4^0 = 1, 10^0 = 1$ $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$ si $b \neq 0$	Un exponente negativo es el recíproco de la potencia positiva.	$12^{-2} = \frac{1}{12^2} = \frac{1}{144}$ $-8^{-2} = \frac{-1}{8^2} = \frac{-1}{64}$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$b^m b^n = b^{n+m}$	En el producto con bases iguales se suman los exponentes.	$2^2 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$ $(-5)^2 (-5)(-5)^3 = (-5)^6 = 16625$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$(b^m)^n = b^{n \cdot m}$	Una base con doble exponente; se multiplican los exponentes.	$(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6 = 729$ $(-3^3)^2 = (-3)^{3 \times 2} = (-3)^6 = 729$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$(ab)^n = a^n b^n$	Un producto elevado a un exponente; cada factor se eleva a ese exponente.	$(7x)^2 = 7^2 x^2 = 49x^2$ $(-4y^2)^3 = (-4^3 y^{2 \times 3}) = -64y^6$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$ si $b \neq 0$	En el cociente con bases iguales se restan los exponentes.	$\frac{8^5}{8^3} = 8^{5-3} = 8^2 = 64$ $\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ si $b \neq 0$	Un cociente elevado a un exponente; cada término se eleva a ese exponente.	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$ $\left(\frac{5x^2}{-2x}\right)^2 = \frac{5^2 x^4}{-2^2 x^2} = \frac{25x^2}{4}$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $a \neq 0, b \neq 0$	Un cociente con exponente negativo es el recíproco del cociente positivo.	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$ $\left(\frac{x^2 y}{x^3 y^2}\right)^{-5} = \left(\frac{x^3 y^2}{x^2 y}\right)^5 = \frac{x^{15} y^{10}}{x^{10} y^5} = x^5 y^5$

Propiedad	Que dice	Ejemplos
$\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^m}$ si $a \neq 0, b \neq 0$	Un cociente donde cada término tiene exponente negativo es el recíproco positivo de cada término.	$\left(\frac{2^{-2}}{3^{-1}}\right) = \left(\frac{3^1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}$ $\frac{x^{-2}y}{3^{-2}x} = \frac{3^2y}{x^2x} = \frac{9y}{x^3}$

PRACTICA (Aplica las propiedades de los exponentes):

■ 12^0

■ $(-4)^{-3}$

■ $(-2)^4 (-2)^3$

■ $(20)^{-1} (20)^{-5}$

■ $x^{-1} x$

■ $(z^2)^{-9}$

■ $(-3x^2)^5$

■ $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$

■ $\left(\frac{x^4}{x^5}\right)$

■ $\frac{3x^{-2}yz}{x^4y^{-3}z}$

■ $\frac{5x^{-2}}{6y^{-2}}$

■ $\frac{x^{-2}y}{xy^2}$

$$\left(\frac{a^2b}{5ab^3} \right)^2 =$$

A.RE.7.5.1 Identifica y utiliza correctamente la terminología algebraica (variable, ecuación, inecuación, término, coeficiente, constante)

- Conceptos:**
- * variable
 - * ecuación
 - * término
 - * coeficiente
 - * constante

- Destrezas:**
- * Utiliza el vocabulario correcto.
 - * Identifica las partes de las expresiones algebraicas.

Referencias Electrónicas

- <http://es.wikipedia.org/wiki/Variable>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n>
- <http://publab03.coseac.unam.mx/objetos/operacionesmp.html>
- <http://es.thefreedictionary.com/coeficiente>

Una **variable** es un símbolo que representa un elemento no especificado de un conjunto dado. Dicho conjunto es llamado conjunto universal de la variable, universo o dominio de la variable, y cada elemento del conjunto es un valor de la variable. Sea x una variable cuyo universo es el conjunto $\{1,3,5,7,9,11,13\}$; entonces x puede tener cualquiera de esos valores: 1,3,5,7,9,11,13. En otras palabras x puede reemplazarse por cualquier entero positivo impar menor que 14. Por esta razón, a menudo se dice que una variable es un *reemplazo* de cualquier elemento de su universo.

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas *miembros*, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar. Por ejemplo, en la ecuación:

$$\begin{array}{ccc} \text{primer miembro} & & \text{segundo miembro} \\ \underbrace{3x - 1} & = & \underbrace{9 + x} \end{array}$$

La letra x representa la incógnita, mientras que el coeficiente 3 y los números 1 y 9 son constantes conocidas. Resolver una ecuación es encontrar los valores de las incógnitas que la satisfacen, y se llama *solución* de una ecuación a cualquier valor de dichas variables que cumpla la igualdad planteada. Para el caso dado, la solución es:

$$x = 5$$

Todo problema matemático puede expresarse en forma de una o más ecuaciones. Sin embargo no todas las ecuaciones tienen solución, ya que es posible que no exista ningún valor de la incógnita que haga cierta una igualdad dada. También puede ocurrir que haya varios o incluso infinitos conjuntos de valores que la satisfagan.

Un término algebraico consta de las siguientes partes:

- Signo. Puede ser positivo (+), o negativo (-).
- Coeficiente. En el producto de dos o más factores, cualquiera de ellos puede llamarse coeficiente de los otros factores

Ejemplo:

En $7ab^2c$; 7 es coeficiente de ab^2c
a es coeficiente de $7b^2c$
 b^2 es coeficiente de $7ac$
c es coeficiente de $7ab^2$

En general, se le llama coeficiente a una constante (con todo y signo), que es un factor de las variables de cualquier término algebraico.

- **Variable** (o parte literal). Cantidad generalizada.
- Exponente. Es el número de veces que se multiplicará la cantidad generalizada o variable, por sí misma.

Ejemplos:

a) $-2x^2$; Signo: negativo

Coeficiente: -2

Variable: x

Exponente: 2

b) ax^2y^3 ; Signo: positivo

Coeficiente: a

Variables: x , y

Exponentes: 2 (de la x)

3 (de la y)

Coeficiente es número que indica la cantidad de veces por las que debe multiplicarse una expresión matemática: en la expresión $8x$, el 8 es el coeficiente.

Una **constante** es un valor de tipo permanente, que no puede modificarse, al menos no dentro del contexto o situación para el cual está previsto. Suele relacionarse y usarse en combinación con las variables, que si admiten modificación en sus valores.

A.PR.7.6.3 Construye gráficas de relaciones lineales observando que el cambio vertical por unidad dividido por el cambio horizontal por unidad es igual a la pendiente de la gráfica

Conceptos: *Graficas

- * relaciones lineales
- * vertical y horizontal
- * pendiente

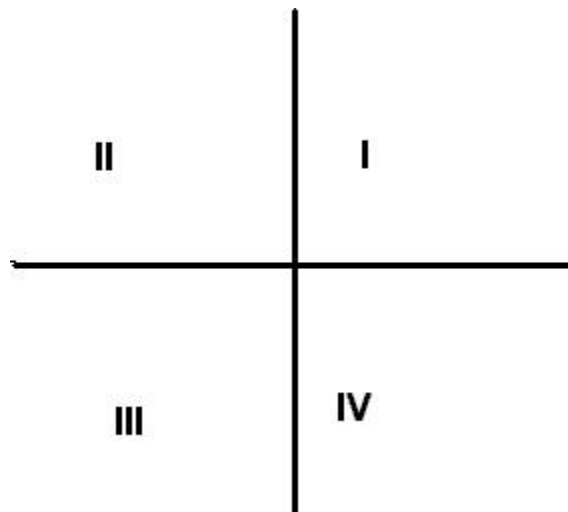
- Destrezas:**
- * Construir gráficas de relaciones lineales.
 - * Definir variable dependiente e independiente.
 - * Definir la pendiente.
 - * Localizar puntos de pares ordenados

Referencias Electrónicas

Sistemas de Coordenadas Cartesianas

El sistema de coordenadas cartesianas es formado por dos rectas; una horizontal y otra vertical, en el cual ambos se intersecan en el punto 0 de cada recta. Las dos rectas son llamados ejes.

Estos dos ejes dividen el plano cartesiano en 4 secciones llamadas cuadrantes. Estas cuadrantes son numeradas en forma “contra el reloj” del I al IV de la siguiente forma:



Cada punto en el plano se puede identificar por un par de números llamado par ordenado. El primer número del par, que se llama la abcisa; está en la recta horizontal, el eje de x. El segundo número del par se llama la ordenada que se encuentra en la recta vertical, el eje de y.

(1, 4)

Eje de x
Abcisa

Eje de y
Ordenada

Los números negativos y positivos se colocan de la siguiente manera:



El sistema de coordenadas es usada además de localización de puntos en el plano, para graficar el conjunto de soluciones de ecuaciones de dos variables como:

$$y = 4x + 8$$

$$y = x^2 + 2x + 5$$

$$3y = 5x + 8$$

Digamos que queremos hacer la gráfica la ecuación lineal $y = 3x + 7$. Hay que asignar valores a la x y resolverlo para encontrar el valor de y . Con los resultados se formaran los puntos de la gráfica de la siguiente manera:

Ej. Encontrar los puntos de la ecuación $y = 3x + 7$. Vamos a utilizar la siguiente tabla para organizar el trabajo. Le daremos a la x , los valores de $-2, -1, 0, 1$ y 2

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

$$Y = 3x + 7$$

$$Y = 3(-2) + 7 \quad [\text{Cuando la } x \text{ es } -2, \text{ la } y \text{ es } 1]$$

$$Y = -6 + 7$$

$$Y = 1$$

$$Y = 3x + 7$$

$$Y = 3(-1) + 7 \quad [\text{Cuando la } x \text{ es } -1, \text{ la } y \text{ es } 4]$$

$$Y = -3 + 7$$

$$Y = 4$$

$$Y = 3x + 7$$

$$Y = 3(0) + 7 \quad [\text{Cuando la } x \text{ es } 0, \text{ la } y \text{ es } 7]$$

$$Y = 0 + 7$$

$$Y = 7$$

$$Y = 3x + 7$$

$$Y = 3(1) + 7$$

$$Y = 3 + 7$$

$$Y = 10 \quad [\text{Cuando la } x \text{ es } 1, \text{ la } y \text{ es } 10]$$

$$Y = 3x + 7$$

$$Y = 3(2) + 7$$

$$Y = 6 + 7$$

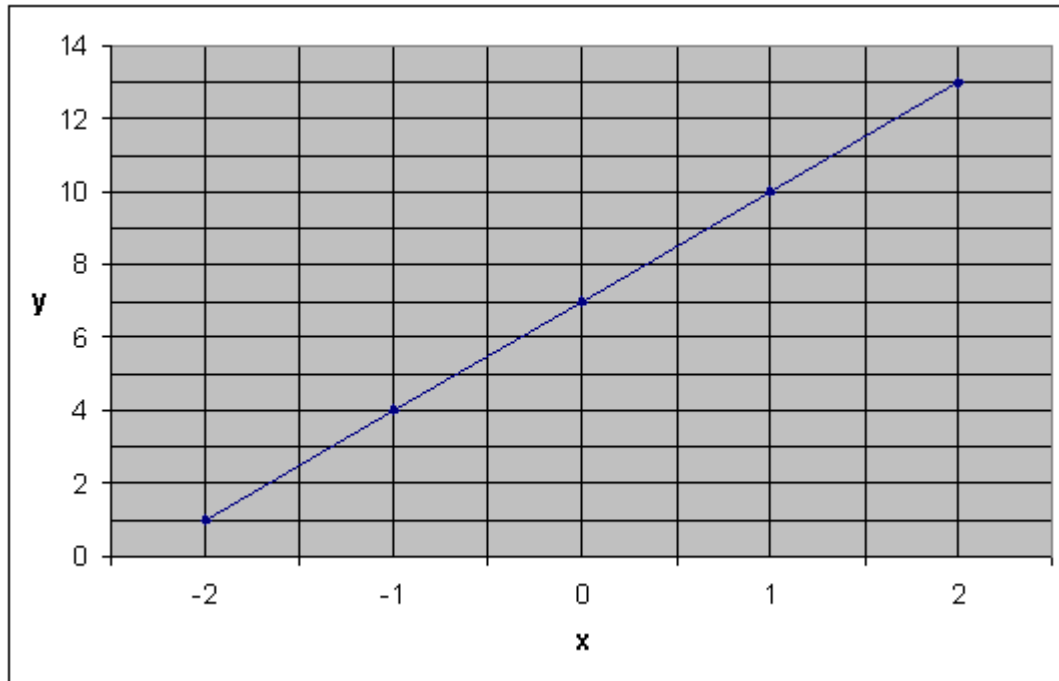
$$Y = 13 \quad [\text{Cuando la } x \text{ es } 2, \text{ la } y \text{ es } 13]$$

x	y
-2	1
-1	4
0	7
1	10
2	13

Y así se resuelve con cada valor que le quieras dar a la x de la tabla. Es por esto que x se llama la variable independiente, ya que le puedes dar cualquier valor de

su dominio, que son los valores permitidos para la x . En el caso de esta ecuación lineal, x puede ser cualquier número real, pero en nuestro estudio se encontrarán ecuaciones que tienen restricciones en su dominio.

Veamos como queda la gráfica de la ecuación $y = 3x + 7$. (Ver Parte



Para verificar que un punto sea solución de la ecuación hay que hacer lo siguiente:

1. Sustituir la abscisa por x .
2. Sustituir la ordenada por la y . (siempre recordar la forma $\{x,y\}$)
3. Resolver la ecuación.
4. Si resulta ser igualdad, entonces el punto es solución de la ecuación.

Ejemplo 1 : ¿ Es (3,11) una solución a la ecuación $y = 2x + 5$?

$$Y = 2x + 5$$

$$11 = 2(3) + 5 \quad \text{< Sustituir los puntos por } x \text{ y } y \text{>}$$

$$11 = 6 + 5 \quad \text{< Resolver>}$$
$$11 = 11 \quad \text{< Hay igualdad>}$$

Quiere decir que el punto (3,11) es una solución a la ecuación.

Ejemplo 2: ¿ Es (2,8) una solución de la ecuación $y = 2x + 5$?

$$y = 2x + 5$$
$$8 = 2(2) + 5 \quad \text{< Se sustituyó la x y la y>}$$
$$8 = 4 + 5 \quad \text{< Resolver>}$$
$$8 = 9 \quad \text{< FALSO, no es solución>}$$

El punto (2,8) no es solución.

Interceptos, pendiente y ecuación de la recta

Las ecuaciones lineales son siempre de la forma:

$$y = mx + b$$

Donde **m** es la pendiente y la **b** es el intercepto en y.

El intercepto en y está expresado por: (0,b) y es donde la recta corta el eje de y
El intercepto en x está expresado por: (a,0) y es donde la recta corta el eje de x.

Si la ecuación es $y = 2x + -6$, el intercepto en y sería:

$$(0,-6)$$

Ejemplo 1: Buscar el intercepto en y de la ecuación $y = 3x + -5$.

Solución: En este caso, la b es -5; quiere decir que el intercepto en y es (0, -5)

Ejemplo 2: Buscar el intercepto en y de la ecuación $y = 4x$.

Solución: En este caso, la b no está presente en la ecuación, pero la ecuación $y = 4x$ equivale a $y = 4x + 0$. Por lo tanto, el intercepto en y es (0, 0).

Ejemplo 3: Buscar el intercepto en y de la ecuación $3y = 18x + 24$

Solución: ¡Ojo! El intercepto en y no es 24, hay que fijarse bien que la ecuación no está en su forma $y = mx + b$, hay que despejar de la siguiente manera:

$$\frac{3y}{3} = \frac{18x}{3} + \frac{24}{3}$$

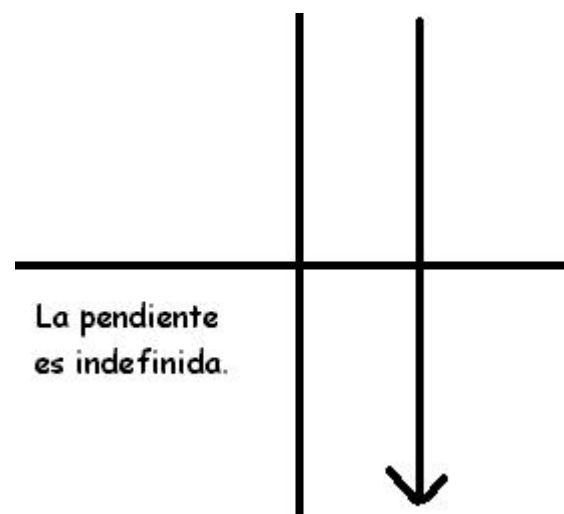
$y = 6x + 8$ < Ahora, está en su forma $y = mx + b$. El intercepto en y es (0,8)>

La Pendiente

La pendiente es la inclinación de una recta. Una forma de calcular la pendiente de una recta usando la siguiente fórmula. Dado dos puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , que están en una recta L, la inclinación o la pendiente m de la recta se determina mediante

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La pendiente es la razón de cambios de X y Y. Esta puede ser positiva, negativa, puede ser 0 y en algunos casos, la pendiente está indefinida.



Ejemplo1: Buscar la pendiente de los puntos (2,4) y (3,6)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2$$

La pendiente es 2.

A veces, tenemos dos puntos, y queremos hallar la ecuación de la recta que pasa por estos puntos. Primero, hay que determinar la pendiente de la recta, y para hallar la ecuación, utilizamos la ecuación $y = mx + b$ donde m es la pendiente de la recta y b es el intercepto de b .

Ejemplo: Buscar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,5) y (0,9).

$$M = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 5}{0 - 1} = \frac{4}{-1} = -4$$

La pendiente es -4. Ahora, hay que buscar el intercepto en y . En este caso, ya está dado por (0,9)

Si la pendiente es -4, y el intercepto (0,9) entonces la ecuación es:

$$y = -4x + 9$$

Nota: Para buscar el intercepto en y , hay que siempre fijarse que la ecuación este en su forma

$y = mx + b$. Si no lo está, hay que expresarla respecto a y .

Ejemplo: $9x - 3y = 12$ <No está en la forma $y = mx + b$ >

$$-3y = -9x + 12 \quad \text{<Dejar la } y \text{ sola, pasar el } 9x \text{ opuesto>}$$
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-9x}{-3} + \frac{12}{-3} \quad \text{<Dividir entre 3 para despejar la } y\text{>}$$
$$y = 3x - 4$$

Ya está en su forma $y = mx + b$, y su intercepto en y es -4.

También se puede conseguir el intercepto en y , sustituyendo la x por 0.

Intercepto de x

Para buscar el intercepto en x, se sustituye la y por 0 en la ecuación.

Ejemplo: $y = 9x + 5$

$$0 = 9x + 5$$

$$-9x = 5$$

$$\underline{-9x = 5}$$

$$-9 \quad -9$$

$$x = -5/9$$

El intercepto en y es $(-5/9, 0)$

Forma punto - pendiente

Hay otra manera para buscar una ecuación lineal, cuando se conoce un punto y la pendiente, utilizando la fórmula punto - pendiente:

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

Ejemplo: Buscar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3,-7)$ y tiene pendiente de 8.

$$m = 8$$

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - (-7) = 8(x - 3) \quad \text{<Se sustituyó>}$$

$$y + 7 = 8x - 24 \quad \text{<Propiedad distributiva>}$$

$$y = 8x - 24 - 7 \quad \text{<Se resuelve hasta dejarlo en } y=mx+b\text{>}$$

$$y = 8x - 31$$

A.RE.7.8.1 Representa las soluciones de inecuaciones de la forma $x > a$, $(x < a)$ y $a \leq x \leq b$ ($a \geq x \geq b$) en la recta numérica.

Conceptos: * Inecuaciones (desigualdades)
* Recta numérica

Destrezas: * Graficar soluciones en la recta numérica.

Referencias Electrónicas

<http://www.slideshare.net/wilfredorivera/ecuaciones-y-desigualdades-de-valor-absoluto-presentation>

http://www.galeon.com/student_star/desigual.html

Desigualdades o inecuaciones de primer grado con una incógnita
La expresión

$$a \neq b,$$

Quiere decir que "a" no es igual a "b". Según los valores particulares de "a" y de "b", puede tenerse $a > b$, que se lee "a" mayor que "b", cuando la diferencia $a - b$ es positiva y $a < b$, que se lee "a" menor que "b", cuando la diferencia $a - b$ es negativa.

Desigualdad "es la expresión de dos cantidades tales que la una es mayor o menor que la otra".

Lo mismo que en las igualdades, en toda desigualdad, los términos que están a la izquierda del signo mayor o menor, forman el primer miembro de la desigualdad, y los términos de la derecha, forman el segundo miembro. De la definición de desigualdad, lo mismo que de la escala de los números algebraicos, se deducen algunas consecuencias, a saber:

1º Todo número positivo es mayor que cero

Ejemplo:

$$5 > 0;$$

porque $5 - 0 = 5$

2º Todo número negativo es menor que cero

Ejemplo:

$$-9 < 0;$$

porque $-9 - 0 = -9$

3º Si dos números son negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto;

Ejemplo:

$$-10 > -30;$$

porque $-10 - (-30) = -10 + 30 = 20$

Sentido de una desigualdad.

Los signos $>$ o $<$ determinan dos sentidos opuestos o contrarios en las desigualdades, según que el primer miembro sea mayor o menor que el segundo.

Se dice que una desigualdad cambia de sentido, cuando el miembro mayor se convierte en menor o viceversa.

Desigualdades absolutas y condicionales.

Así como hay igualdades absolutas, que son las identidades, e igualdades condicionales, que son las ecuaciones; así también hay dos clases de desigualdades: las absolutas y las condicionales.

Desigualdad absoluta es aquella que se verifica para cualquier valor que se atribuya a las literales que figuran en ella

Ejemplo:

$$a^2 + 3 > a$$

Desigualdad condicional es aquella que sólo se verifica para ciertos valores de las literales:

Ejemplo:

$$2x - 8 > 0$$

que solamente satisface para $x > 4$. *En tal caso se dice que 4 es el límite de x.*

Las desigualdades condicionales se llaman inecuaciones.

Propiedades de las desigualdades.

1. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se añade o se resta un mismo número a cada miembro

Efectivamente si en la desigualdad $a > b$ se designa por "c" lo que falta a "b" para ser igual a "a", se tiene:

$$a = b + c$$

Añadiendo un mismo número, positivo o negativo a los miembros, se puede escribir:

$$a + m = b + c + m$$

Suprimiendo "c" en el segundo miembro, resulta evidentemente

$$a + m > b + m$$

Ejemplos:

$9 > 5$	$-2 > -6$
$9 + 2 > 5 + 2$	$-2 - 3 > -6 - 3$
$11 > 7$	$-5 > -9$

Consecuencia de esta propiedad: Puede suprimirse un término en un miembro de una desigualdad, teniendo cuidado de agregar en el otro miembro el término simétrico del suprimido; es decir, se puede pasar un término de un miembro a otro, cambiando su signo, porque esto equivale a sumar o restar una misma cantidad a los dos miembros.

Ejemplo:

$$6x - 2 > 4x + 4$$

$$6x - 4x > 4 + 2$$

2. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor positivo, o se dividen entre un mismo divisor, también positivo.

Sea la desigualdad $a > b$, es decir, $a = b + c$

Multiplicando ambos miembros de la desigualdad por un número positivo "m", resulta:

$$am = bm + cm.$$

Suprimiendo el término positivo "cm", en el segundo miembro disminuye, y se tiene:

$$am > bm$$

Si "m" es recíproco de un número positivo, queda evidenciada la segunda parte de esta propiedad

Ejemplos:

$12 > 7$	$15 > -25$
$12 * 3 > 7 * 3$	$15 \div 5 > (-25) \div 5$
$36 > 21$	$3 > -5$

3. Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor negativo, o se dividen entre un mismo divisor, también negativo.

Sea la desigualdad $a > b$, es decir, $a = b + c$

Multiplicando ambos miembros de la desigualdad por el factor negativo -n se obtiene:

$$-an = -bn -cn$$

Suprimiendo -cn, en el segundo miembro aumenta; por tanto,

$$-an < -bn$$

Si -n es recíproco de un número negativo, queda demostrada la segunda parte del enunciado.

Ejemplos:

$3 > -15$	$64 < 80$
$3(-4) < (-15)(-4)$	$64 \div (-4) > 80 \div (-4)$
$-12 < 60$	$-16 > -20$

Consecuencia de la propiedad anterior pueden cambiarse todos los signos de una desigualdad, con tal que se cambie el sentido de la misma; porque esto equivale a multiplicar sus dos miembros por -1 .

Ejemplo:

$$-7x + 130 < 9 - 5x$$

$$7x - 130 > -9 + 5x$$

4. Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a la misma potencia, la desigualdad no cambia de sentido.

Sea la desigualdad $a < b$, en la que "a" y "b" son positivos. Multiplicando sus dos miembros por "b", resulta:

$$ab < b^2$$

En el primer de esta desigualdad, sustituyendo "b" por "a", la desigualdad se refuerza; por tanto:

$$a^2 < b^2$$

Ejemplo:

$$7 < 10$$

$$7^3 < 10^3$$

$$343 < 1000$$

5. Si los dos miembros de una desigualdad son negativos y se elevan a una potencia de grado impar, no cambia el sentido de la desigualdad; pero hay cambio de sentido si el grado de la potencia es par.

Sea la desigualdad $-a < -b$

a) Multiplicando sus dos miembros por b^2 se obtiene:

$$-ab^2 < -b^3$$

En el primer miembro, reemplazando b^2 por a^2 , la desigualdad se refuerza; luego se puede escribir:

$$-a^3 < -b^3$$

b) Multiplicando los dos miembros de la primera desigualdad por $-b$ y haciendo análogas transformaciones, la desigualdad cambia de sentido, porque sus términos cambian de signo, y se tiene:

$$a^2 > b^2$$

Ejemplos:

$-3 > -6$	$-8 < -4$
$(-3)^3 > (-6)^3$	$(-8)^2 > (-4)^2$
$-27 > -216$	$64 > 16$

6. Si se suman miembro a miembro varias desigualdades de mismo sentido, resulta una desigualdad de mismo sentido que aquéllas.

Sean las desigualdades $a > b$; $a' > b'$; $a'' > b''$

Se puede escribir:

$$a = b + c$$

$$a' = b' + c'$$

$$a'' = b'' + c''$$

Sumando miembro a miembro y suprimiendo $c + c' + c''$, se tiene, sucesivamente:

$$a + a' + a'' = b + b' + b'' + c + c' + c''$$

$$a + a' + a'' > b + b' + b''$$

Ejemplo:

Dado: $2x > 10$ y $7x > 26$

se obtiene: $9x > 36$

7. Si se restan miembro a miembro dos desigualdades de sentido contrario, resulta una desigualdad de igual sentido que el minuendo.

Sean las desigualdades $a > b$ y $c < d$

Invirtiéndola segunda desigualdad y sumándola a la primera se tiene

$$a > b$$

$$d > c$$

$$a + d > b + c$$

Restando $d + c$ de cada miembro, resulta:

$$a - c > b - d$$

Ejemplo:

Dado: $7x < 12$ y $5x > 16$,

se obtiene: $2x < -4$

G.FG.7.10.2 Identifica, establece y aplica las propiedades básicas asociadas con ángulos complementarios y ángulos formados por transversales que intersecan líneas paralelas

- Conceptos:**
- * ángulos
 - * ángulos complementarios
 - * transversales
 - * líneas paralelas
 - * intersecan

- Destrezas:**
- * Aplica las propiedades básicas que se asocian con los ángulos Complementarios y transversos que cortan líneas paralelas.

Referencias Electrónicas

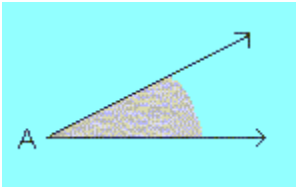
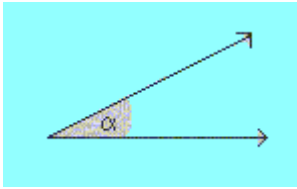
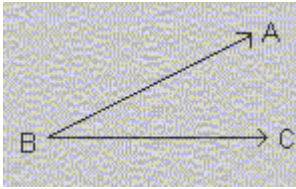
www.matematicasdivertidas.com/ZonaPPT/.../clasificacionangulos.ppt -

<http://www.geolay.com/angulo.htm>

ANGULOS

Es la figura formada por 2 semirectas que parten de un mismo punto. Las semirectas se llaman **lados** y el punto común **vértice**.

Notación: Un ángulo se denota de la siguiente forma:

a) Una letra mayúscula en el vértice.	b) Una letra griega o un símbolo en la abertura.	c) Tres letras mayúscula.
		

SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

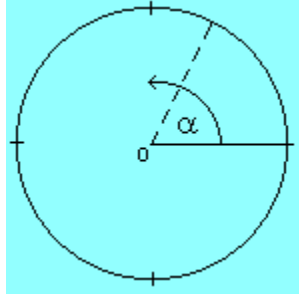
Sistema sexagesimal

Se divide la circunferencia en 360 partes iguales y cada una de estas partes constituyen un grado sexagesimal.

Uno de estos grados se divide en 60 partes iguales (60') que corresponden, cada una de ellas, a un minuto.

Un minuto se divide nuevamente en 60 partes iguales (60") correspondiendo cada una de estas partes a un segundo.

TIPOS DE ÁNGULOS

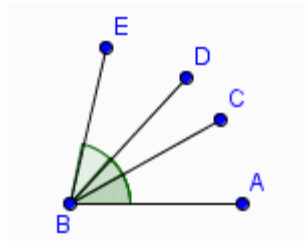


Al medir un ángulo se hace contra el movimiento de las manecillas de un reloj, en este caso se considera un ángulo positivo.

Tipo de ángulo

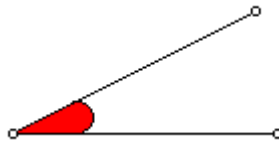
Cóncavo

$$0^\circ < \alpha < 180^\circ$$



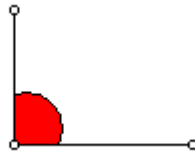
Águdo

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



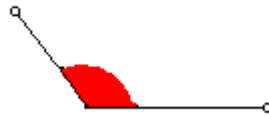
Recto

$$\alpha = 90^\circ$$



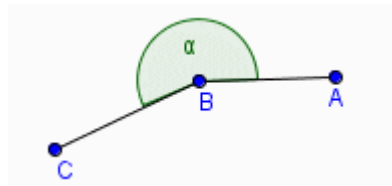
Obtuso

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$



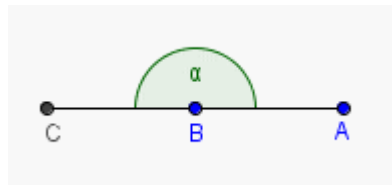
Convexo

$$180^\circ < \alpha < 360^\circ$$

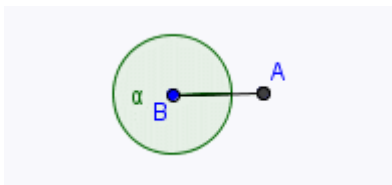


Extendido

$$\alpha = 180^\circ$$

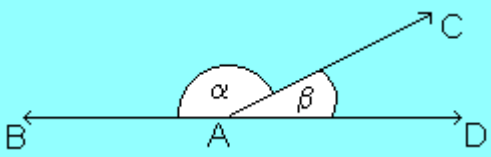
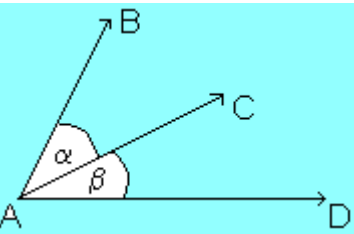
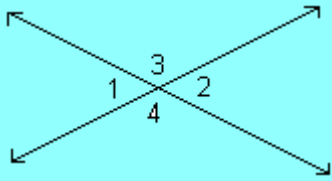
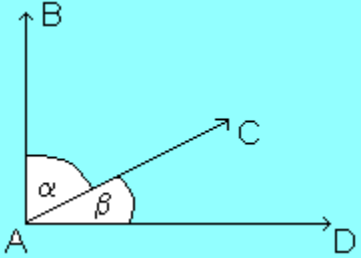


Completo $\alpha = 360^\circ$



Por ejemplo, el ángulo obtuso está comprendido entre 90° y 180° , no incluyendo estos valores.

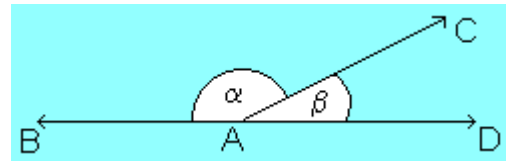
PAREJA DE ÁNGULOS

<p>Ángulos adyacentes</p>	<p>Son ángulos que tienen un lado común y los otros dos pertenecen a la misma recta.</p>	
<p>Ángulos consecutivos</p>	<p>Son ángulos que tienen un lado común y el mismo vértice. $\angle BAC$ es adyacente con $\angle DAC$</p>	
<p>Ángulos opuestos por el vértice</p>	<p>- Dos líneas que se intersectan generan ángulos opuestos por el vértice. - Son ángulos no adyacentes. $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ y $\angle 4$</p> <p>- Son ángulos congruentes: $\angle 1 = \angle 2$ y $\angle 3 = \angle 4$</p>	
<p>Ángulos complementarios</p>	<p>- Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 90°. $\alpha + \beta = 90^\circ$</p> <p>El $\angle BAC$ es adyacente al $\angle DAC$ y viceversa.</p>	

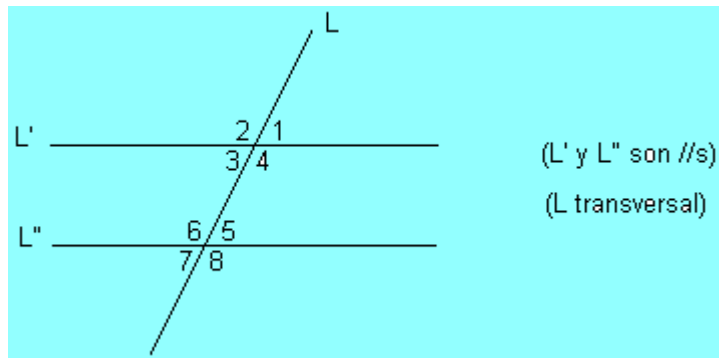
Ángulos suplementarios

- Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 180° . $\alpha + \beta = 180^\circ$

El $\angle BAC$ es adyacente al $\angle DAC$ y viceversa.



Ángulos formados por rectas paralelas cortadas por una transversal.



Tipos de ángulos formados

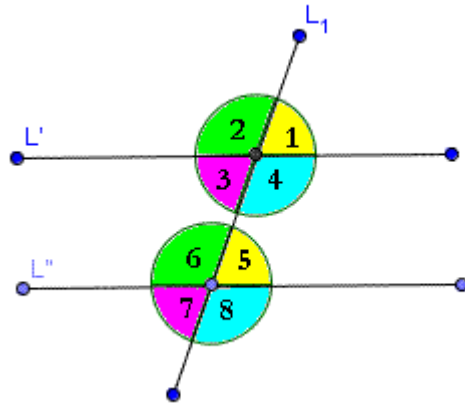
Ángulos correspondientes entre

$$1 = 5$$

$$2 = 6$$

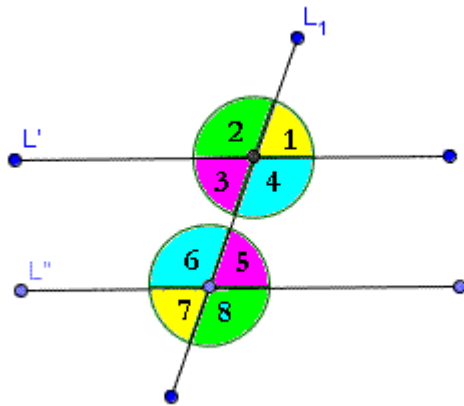
$$3 = 7$$

$$4 = 8$$



paralelas.

Ángulos alternos entre paralelas.



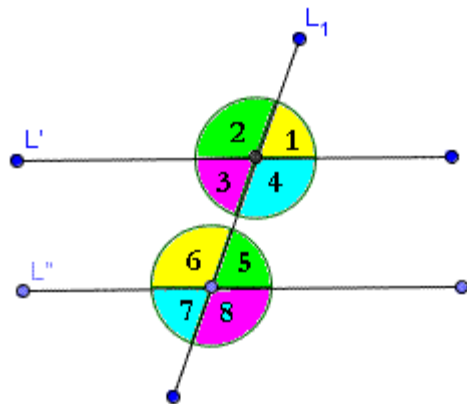
$$1 = 7$$

$$2 = 8$$

$$3 = 5$$

$$4 = 6$$

Ángulos contrarios o conjugados.



**Son
suplementarios**

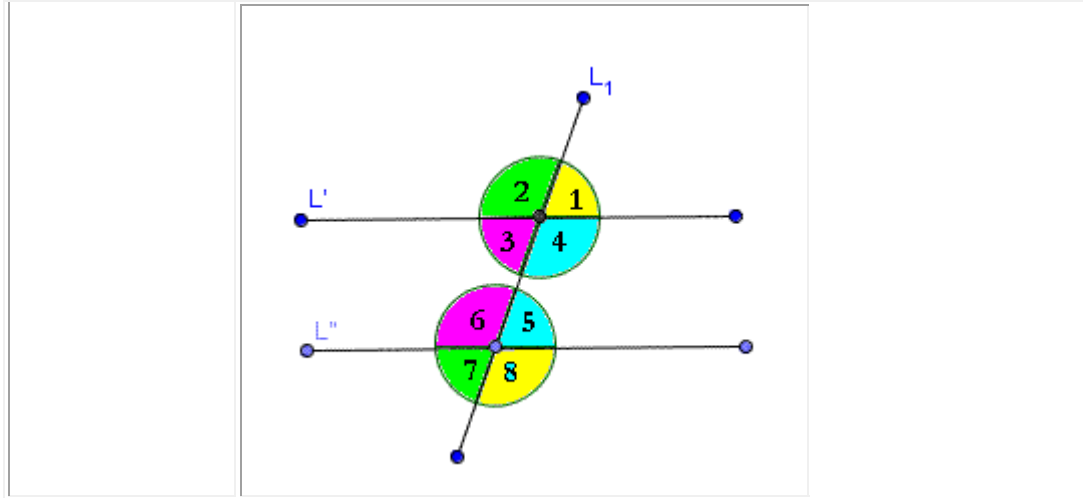
$$1 \wedge 6$$

$$2 \wedge 5$$

$$3 \wedge 8$$

$$4 \wedge 7$$

Ángulos colaterales.



M.TM.7.15.1 Investiga, establece conjeturas y aplica las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros). Investiga y describe la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.

Conceptos:

- * Perímetro
- * área
- * figuras bidimensionales (planas)
- * volumen
- * figuras tridimensionales (poliedros)

Destrezas:

- * Halla el área y el perímetro de las figuras planas.
- * Halla el área y el volumen de los poliedros.
- * Identifica las relaciones principales entre polígonos, otras figuras planas y poliedros.

Referencias Electrónicas

http://www.escueladigital.com.uy/geometria/4_figplanas.htm

<http://www.geoka.net/geometria/area.html>

Área y perímetro de los polígonos

Definición de perímetro

El **perímetro** de un **polígono** es igual a la **suma** de las **longitudes** de sus **lados**.

Definición de área

El **área** de un **polígono** es la **medida** de la región o **superficie** encerrada por un **polígono**.

Perímetro del triángulo

Triángulo Equilátero Triángulo Isósceles Triángulo Escaleno

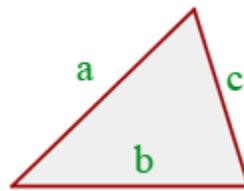
$$P = 3 \cdot l$$



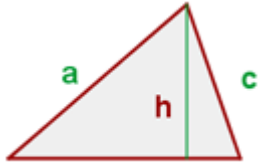
$$P = 2 \cdot l + b$$



$$P = a + b + c$$

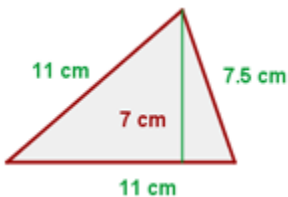


Área del triángulo



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Hallar el área y el perímetro del siguiente triángulo:



$$P = 2 \cdot 11 + 7.5 = 29.5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5 \text{ cm}^2$$

Cuadrado



$$P = 4 \cdot l$$

$$A = l^2$$

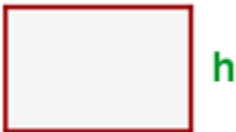
Ejemplo

Calcular el **área** y el **perímetro** de un **cuadrado** de 5 cm de lado.



$$A = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

Rectángulo

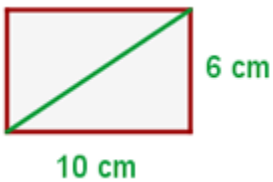


$$P = 2 \cdot (b + h)$$

$$A = b \cdot h$$

Ejemplo

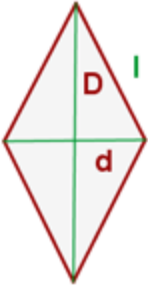
Calcular el **área** y el **perímetro** de un **rectángulo** de 10 cm de base y 6 cm de altura.



$$P = 2 \cdot (10 + 6) = 32 \text{ cm}$$

$$A = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$$

Rombo

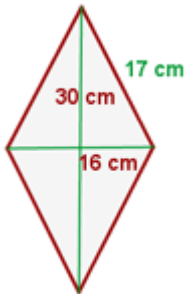


$$P = 4 \cdot l$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Ejemplo

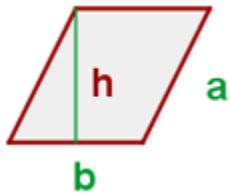
Calcular el **área** y el **perímetro** de un **rombo** cuyas **diagonales** miden 30 y 16 cm, y su **lado** mide 17 cm.



$$P = 4 \cdot 17 = 68 \text{ cm}$$

$$A = \frac{30 \cdot 16}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

Área del romboide

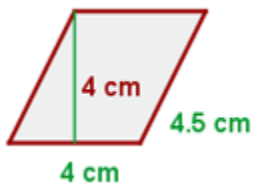


$$P = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = b \cdot h$$

Ejemplo

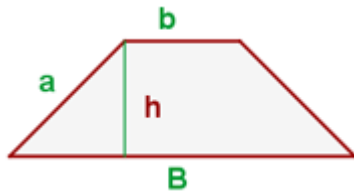
Calcular el **área** y el **perímetro** de un **romboide** de 4 y 4.5 cm de **lados** y 4 cm de **altura**.



$$P = 2 \cdot (4.5 + 4) = 17 \text{ cm}$$

$$A = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$$

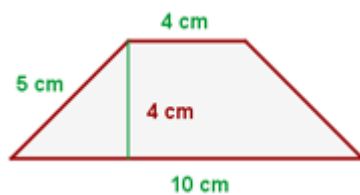
Área del trapecio



$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

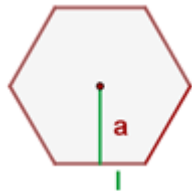
Ejemplo

Calcular el área y el **perímetro** del siguiente **trapecio**:



$$A = \frac{(10+4) \cdot 4}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

Área de un polígono regular



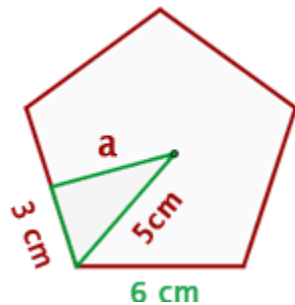
$$P = n \cdot l$$

n es el número de lados

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Ejemplos

Calcular el área y el **perímetro** de un **pentágono regular** de 6 cm de lado.

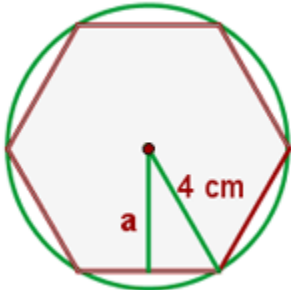


$$5^2 = a^2 + 3^2$$

$$a = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$P = 5 \cdot 6 = 30 \text{ cm}$$

Calcular el **área** y el **perímetro** de un **hexágono regular inscrito** en una **circunferencia** de 4 cm de radio.

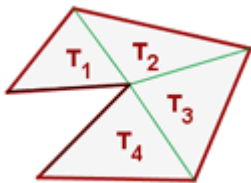


$$l = r = 4$$

$$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3.46 \text{ cm}$$

$$P = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$

Área de un polígono

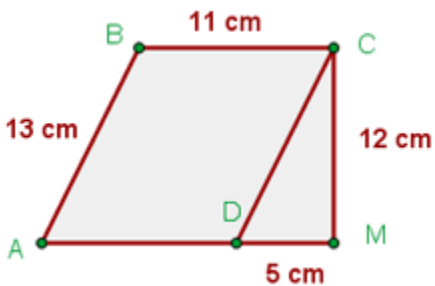


El **área** se obtiene **triangulando el polígono** y **sumando el área** de dichos triángulos.

$$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

Ejemplo

Calcular el **área** del siguiente **polígono**:



$$P = 11 \cdot 2 + 5 + 13 + 12 = 52 \text{ cm}$$

$$AD = BC; AB = DC \longrightarrow \text{Romboide}$$

$$A = A_R + A_T$$

$$A = 11 \cdot 12 + (12 \cdot 5) : 2 = 162 \text{ cm}^2$$

MEDIDA DE ÁREAS Y

VOLÚMENES DE FIGURAS

TRIDIMENSIONALES

CUBO

El cubo es un sólido limitado por seis cuadrados iguales, también se le conoce con el nombre de hexaedro.

Para calcular tenemos que obtener, en un primer momento, su área lateral empleando la siguiente fórmula:

$$\text{Área lateral} = 4 \times \text{arista elevada al cuadrado}$$

Después de tener el área lateral hay que hallar su área total con la siguiente fórmula:

$$\text{Área total} = 6 \times \text{arista elevada al cuadrado}$$

Para calcular su volumen se emplea la siguiente fórmula:

$$\text{Volumen del cubo} = \text{arista elevada al cubo}$$

PRISMA

El prisma es un cuerpo geométrico limitado por dos polígonos paralelos e iguales, llamados bases, y por tantos rectángulos como lados tenga cada base. Para hallar el área total del prisma también hay que partir del área lateral:

$$\text{Área lateral} = \text{Perímetro base} \cdot \text{Altura}$$

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + 2 \times \text{Área base}.$$

Y el volumen lo obtenemos de multiplicar el área de la base por la altura:

$$\text{Volumen} = \text{Área base} \times \text{Altura}.$$

CONO

Un cono, en geometría elemental, es un sólido formado por la revolución de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Al disco generado por el cateto opuesto se le llama base y al punto del lado opuesto se le llama vértice.

Como en las anteriores figuras hay que hallar el área lateral:

$$\text{Área lateral} = P \times r \times G$$

Sea P igual a PI, r igual a RADIO y G igual a GENERATRIZ.

Por lo tanto el área total es igual a:

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + \text{Área del círculo de la base.}$$

En el caso del volumen lo que hay que hacer es multiplicar el área del círculo de la base por la altura y dividirlo entre 3.

$$\text{Volumen} = \text{Área del círculo de la base} \times h/3.$$

CILINDRO

El cilindro es el sólido engendrado por un rectángulo al girar en torno a uno de sus lados.

Para calcular el volumen del cilindro hay que emplear la siguiente fórmula:

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times \text{altura.}$$

El área lateral de un cilindro es la de un rectángulo que tiene por base, la longitud de la circunferencia y por altura, la del cilindro.

LA ESFERA

La esfera es el sólido engendrado al girar una semicircunferencia (cada una de las dos mitades o arcos de la circunferencia separados por un diámetro) alrededor de su diámetro. El área total de la esfera se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Área de la esfera} = 4 \times P \times r \text{ al cuadrado}$$

Siendo P igual a PI y r igual al RADIO.

Para calcular el volumen de la esfera lo podemos hacer de la siguiente manera:

Volumen de la esfera = $\frac{4}{3} \times \pi r^3$

Siendo π igual a PI y r igual al RADIO.

PIRAMIDE

La pirámide es un sólido que tiene por base un polígono y cuyas caras son triángulos que se reúnen en un mismo punto llamado vértice. Podemos obtener su volumen utilizando la siguiente fórmula:

Volumen de la pirámide = Área de la base \times $\frac{h}{3}$

Y para calcular el área lateral lo hacemos del siguiente modo:

Área lateral = $N \times$ Área triángulo.

Siendo N el número de lados del polígono que forma la base.

Podemos establecer una pequeña clasificación de los tipos de pirámides que podemos encontrar, destacan los siguientes:

Tetraedro: es una pirámide formada por cuatro triángulos equiláteros. Cualquier cara, por tanto, puede ser la base.

Pirámide triangular: es una pirámide en la que la base es un triángulo equilátero y las caras laterales son triángulos isósceles.

Pirámide cuadrangular: en este caso, la base la compone un cuadrado y por tanto, cuatro caras laterales.

EJERCICIOS

- 1.-Calcula el área y el volumen de un cilindro de base 0,5 m y altura 2,75 m.
- 2.- Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular de igual lado y altura.
- 3.-Modifica el cono para que el ángulo del sector circular sea recto (puede que exacto no lo consigas) ¿Qué relación hay entre la generatriz y el radio?

4.-Calcula el área de un cono de radio 1,3 m y generatriz 3,6 m. ¿Cuánto mide la altura del cono?

5.- Calcula el área y volumen de una esfera de radio 2 cm. Si haces el radio el doble, ¿cuánto aumenta el área? ¿y el volumen? comprueba tus cálculos en el grafico. Puedes mover la circunferencia exterior.

6.- Calcula el Volumen de un prisma cuadrangular de lado 3cm y altura 5 cm.

7.-Calcula el área y el volumen de un cilindro de base 0,5 m y altura 2,75 m.

G.FG.7.11.1 Explora el Teorema de Pitágoras al investigar los triángulos rectángulos, sus medidas y sus áreas.

Conceptos: * Teorema de Pitágoras
* Triángulos rectángulos
* Catetos
* Hipotenusa

Destrezas: *Utiliza el Teorema de Pitágoras para determinar el áreas y sus Medidas.
* Aplica el Teorema de Pitágoras para resolver problemas

Referencias Electrónicas

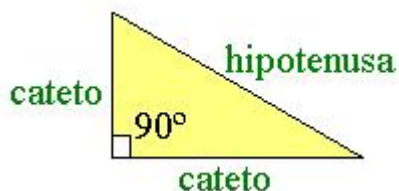
<http://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/pitagoras/teorema.htm>
<http://www.profesorenlinea.cl/geometria/PitagorasTeorema.htm>

El teorema de Pitágoras

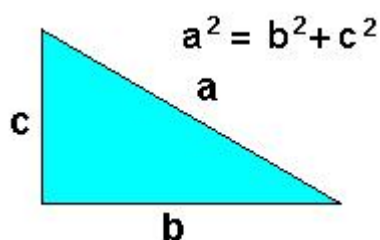
En primer lugar deberíamos recordar un par de ideas:

- Un ***triángulo rectángulo*** es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90°.

- En un triángulo rectángulo, el lado más grande recibe el nombre de **hipotenusa** y los otros dos lados se llaman **catetos**.

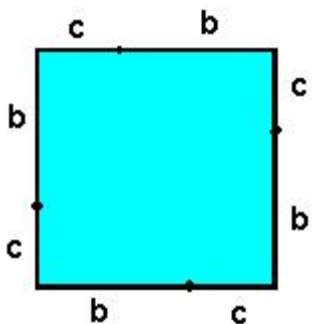


Teorema de Pitágoras.- *En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*



Demostración:

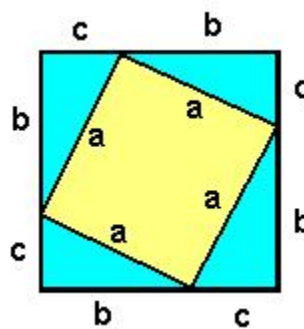
Si tenemos un triángulo rectángulo como el del dibujo del enunciado del teorema podemos construir un cuadrado que tenga de lado justo lo que mide el cateto **b**, más lo que mide el cateto **c**, es decir **b+c**, como en la figura de la derecha. El área de este cuadrado será $(b+c)^2$.



Si ahora trazamos las hipotenusas de los triángulos rectángulos que salen tendremos la figura de la izquierda. El área del cuadrado, que es la misma de antes, se puede poner ahora como la suma de las áreas de los cuatro triángulos rectángulos azules (base por altura partido por 2):

$$\frac{b \cdot c}{2}$$

más el área del cuadrado amarillo a^2 . Es decir, el área del cuadrado grande también es el área del cuadrado pequeño más 4 veces el área del triángulo:



$$a^2 + 2 \frac{b \cdot c}{2} = a^2 + 2bc$$

Podemos igualar las dos formas de calcular el área del cuadrado grande y tenemos:

$$(b + c)^2 = a^2 + 2bc$$

si ahora desarrollamos el binomio , nos queda:

$$b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$$

que después de simplificar resulta lo que estábamos buscando:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

E.AD.7.17.2 Describe la distribución de cada atributo separadamente utilizando las gráficas apropiadas, (incluyendo diagramas de tallo y hoja, histogramas, diagramas de caja y resumen estadístico, incluyendo rango intercuartil.

- Conceptos:**
- * Diagrama tallo y hojas
 - * Histogramas
 - * Rango intercuartil
 - * Resumen estadístico

- Destrezas:**
- * Describe la distribución de cada dato o atributos utilizando las graficas apropiadas.
 - * Utiliza distintos tipos de graficas para estadísticas.

Referencias Electrónicas

<http://www.monografias.com/trabajos11/estadi/estadi.shtml>

1. Presentaciones en tablas:

Primero definiré que es una tabla para luego trabajar las diferentes clases de tablas pedidas:

Una tabla es un cuadro que consiste en la disposición conjunta, ordenada y normalmente totalizada, de las sumas o frecuencias totales obtenidos en la tabulación de los [datos](#), referentes a las categorías o dimensiones de una variable o de varias [variables](#) relacionadas entre sí. Las tablas sistematizan los resultados cuantitativos y ofrecen una visión numérica, sintética y global del fenómeno observado y de las relaciones entre sus diversas características o variables. En ella, culmina y se concreta definitivamente la fase clasificatoria de [la investigación](#) cuantitativa.

Teniendo la definición de lo que es una tabla, podemos trabajar entonces cada uno de los tipos de tablas pedidos:

- **Tabla de entrada de datos:** Es una tabla en la cual solo aparecen los datos que se obtuvieron de la [investigación científica](#) o del experimento. Es la tabla más sencilla y se utiliza cuando no se necesita mayor [información](#) acerca de los datos, estas tablas se construyen por medio de la tabulación de los datos, este [procedimiento](#) es relativamente sencillo, para realizarlo nos ocupamos de un conjunto de datos estadísticos obtenidos al registrar los resultados de una serie de n repeticiones de algún experimento u [observación](#) aleatoria, suponiendo que las repeticiones son mutuamente independientes y se realizan en condiciones uniformes, es importante decir que el resultado de cada observación puede expresarse de forma numérica, para este tipo de tablas de entrada de datos se puede trabajar con una ó mas variables, de manera que nuestro material estadístico consiste en n [valores](#) observados de la variable X_j .

Los valores observados se suelen registrar, en primer lugar en una lista, si el número de observaciones no excede de 20 ó 30, estos datos se registran en orden creciente de magnitud.

Con los datos de esta tabla pueden hacerse diversas representaciones [gráficas](#) y calcularse determinadas características numéricas como la media, la mediana, etc.

EJ: Agrupar en una tabla de datos

10, 1, 6, 9, 2, 5, 7, 4, 3, 8

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

- **Tablas de frecuencias:** Una tabla de frecuencia esta formada por las categorías o valores de una variable y sus frecuencias correspondientes. Esta tabla es lo mismo que una [distribución](#) de frecuencias. Esta tabla se crea por medio de la tabulación y agrupación, la cual es un [método](#) sencillo como lo habíamos empezado a ver en la tabla de datos, Se realiza el mismo procedimiento de tabulación anteriormente descrito si el numero de valores observados para la variable, se trabaja con una sola variable, descontando los repetidos son pequeños, si existen repetidos la frecuencia f es el numero de repeticiones de un [valor](#) de X dado, Sin embargo, cuando el conjunto de datos es mayor, resulta laborioso trabajar directamente con [los valores](#) individuales observados y entonces se lleva a cabo, por lo general, algún tipo de agrupación como paso preliminar, antes de iniciar cualquier otro tratamiento de los datos. Las reglas para proceder a la agrupación son diferentes según sea la variable, discreta o continua, para una variable discreta suele resultar conveniente hacer una tabla en cuya primera columna figuren todos los valores de la variable X representados en el material, y en la segunda, la frecuencia f con que ha aparecido cada valor de X en las observaciones.

Para una variable continua, el procedimiento de agrupación es algo más complicado. Se toma un intervalo adecuado sobre el eje de la variable que contenga los n valores observados, y divídase el intervalo en cierto numero de intervalos de [clase](#). Todas las observaciones que pertenecen al mismo intervalo de clase se agrupan y cuentan, y él numero que resulte representa la frecuencia de clase correspondiente a dicho intervalo, luego se forma una tabla, en cuya primera columna figuran los limites de cada intervalo de clase, y en la segunda aparecen las correspondientes frecuencias.

Estas clases de tablas son las mas usadas y brindan mayor información de los datos que las tablas de entradas de datos, efectivamente, una tabla de este tipo dará en forma abreviada, una información completa acerca de la distribución de los valores observados. Con estas se pueden utilizar mas a fondo los [métodos gráficos](#) al igual que los métodos aritméticos.

Ej: Agrupar en una tabla 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5

X	F
1	2
2	4
3	3
4	1
5	1
	S 11

Agrupar en una tabla las siguientes estaturas: 160, 168, 175, 183, 170, 164, 170, 184, 171, 168, 187, 161, 183, 175, 185, 186, 187, 164, 165, 175, 162, 188, 169, 163, 166, 172, 173, 167, 174, 176, 178, 179, 177

X	F
160-165	6
265-270	6
170-175	6
175-180	7
180-185	3
185-190	5
	S 33

- **Tablas de doble entrada:** También llamadas tablas de contingencias, son aquellas tablas de datos referentes a dos variables, formada, en las cabeceras de las filas, por las categorías o valores de una variable y en las de las columnas por los de la otra, y en las casillas de la tabla, por las frecuencias o numero de elementos que reúnen a la vez las dos categorías o valores de las dos variables que se cruzan en cada casilla. Para la tabulación de un material agrupado de observaciones simultaneas de dos variables aleatorias necesitaremos una tabla descrita como anteriormente lo describimos, las reglas para agrupar son las mismas que en el caso de una sola variable.

Este tipo de tablas brindan información [estadística](#) de dos [eventos](#) relacionados entre sí, es útil en casos en los cuales los [experimentos](#) son dependientes de otro experimento, mas adelante aparecen mas aplicaciones del [análisis](#) estadístico bivariable.

Ej:

T1/T2	SÍ	NO
SÍ	12	2
NO	10	4

- 1.
2. **Métodos gráficos:**

Primero definiré lo que es un gráfico o [diagrama](#) en estadística

Un diagrama es una especie de esquemático, formado por líneas, figuras, [mapas](#), utilizado para representar, bien datos estadísticos a [escala](#) o según una cierta proporción, o bien los elementos de un [sistema](#), las etapas de un [proceso](#) y las divisiones o subdivisiones de una clasificación. Entre las [funciones](#) que cumplen los [diagramas](#) se pueden señalar las siguientes:

- Hacen más visibles los datos, [sistemas](#) y procesos

- Ponen de manifiesto sus variaciones y su [evolución](#) histórica o espacial.
- Pueden evidenciar las relaciones entre los diversos elementos de un sistema o de un proceso y representar la correlación entre dos o más variables.
- Sistematizan y sintetizan los datos, sistemas y [procesos](#).
- Aclaran y complementan las tablas y las exposiciones teóricas o cuantitativas.
- El estudio de su disposición y de las relaciones que muestran pueden sugerir [hipótesis](#) nuevas.

Algunos de los diagramas más importantes son el diagrama en árbol, diagrama de áreas o superficies, diagrama de bandas, diagrama de barras, diagrama de bloques, diagrama circular, diagrama circular polar, diagrama de puntos, diagrama de tallo y hoja diagrama, histogramas y gráficos de caja y bigote o boxplots.

2.1 Gráficos univariados: Para trabajar los gráficos univariados debemos primero saber lo que es el análisis estadístico univariable y después de esto trabajaremos los métodos pedidos

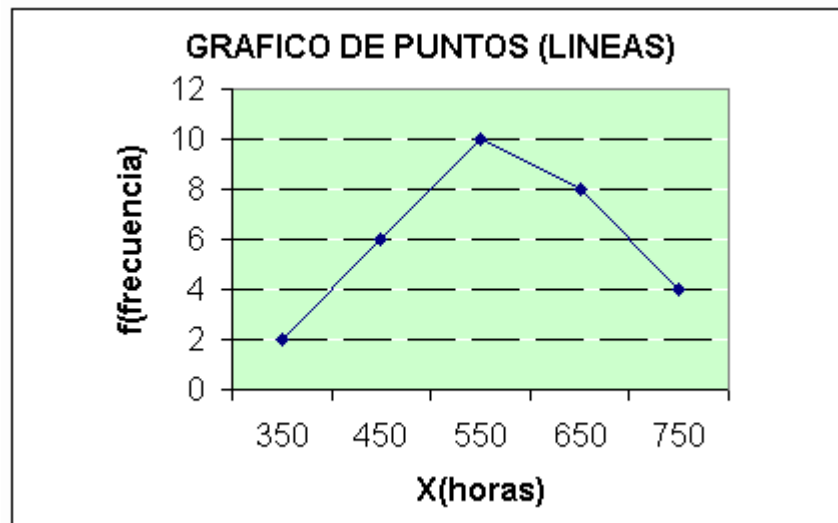
El análisis estadístico que opera con datos referentes a una sola variable o distribución de frecuencias y pretende determinar sus propiedades [estadísticas](#). El a.e.u. proporciona al analista medidas representativas de la distribución o promedios, índices de dispersión de los datos de la distribución, [procedimientos](#) para normalizar los datos, medidas de desigualdad de unos datos en relación con otros y por último medidas de la asimetría de la distribución.

- **Gráficos de puntos:** Es una variación del diagrama lineal simple el cual está formado por líneas rectas o curvas, que resultan de la representación, en un eje de coordenadas, de distribuciones de frecuencias, este construye colocando en el eje x los valores correspondientes a la variable y en el eje de las ordenadas el valor correspondiente a la frecuencia para este valor. Proporciona principalmente información con respecto a las frecuencias. Este se usa cuando solo se necesita información sobre la frecuencia.

Cuando la muestra se agrupa por intervalos se trabaja con la marca de clase del intervalo de clase, la marca de clase es el punto medio del intervalo

EJ: Duración de tubos de neón

X(horas)	Xm	F
300-400	350	2
400-500	450	6
500-600	550	10
600-700	650	8
700-800	750	4
		S 30



- **Gráficos de tallo y hoja:** es una forma rápida de obtener una representación visual ilustrativa del conjunto de datos, para construir un diagrama de tallo y hoja primero se debe seleccionar uno ó más dígitos iniciales para los valores de tallo, el dígito o dígitos finales se convierten en hojas, luego se hace una lista de valores de tallo en una columna vertical. Prosiguiendo a registrar la hoja por cada observación junto al valor correspondiente de tallo, finalmente se indica las unidades de tallos y hojas en algún lugar del diagrama, este se usa para listas grandes y es un método

resumido de mostrar los datos, posee la desventaja que no proporciona sino los datos, y no aparece por ningún lado información sobre frecuencias y demás datos importantes.

Ej: realice un diagrama de tallo y hoja para los siguientes datos de distancias en yardas de una cancha de golf

6435 6464 6433 6470 6526 6527 6506 6583 6605 6694 6614 6790 6770 6700
6798 6770 6745 6713 6890 6870 6873 6850 6900 6927 6936 6904 7051 7005
7011 7040 7050 7022 7131 7169 7168 7105 7113 7165 7280 7209

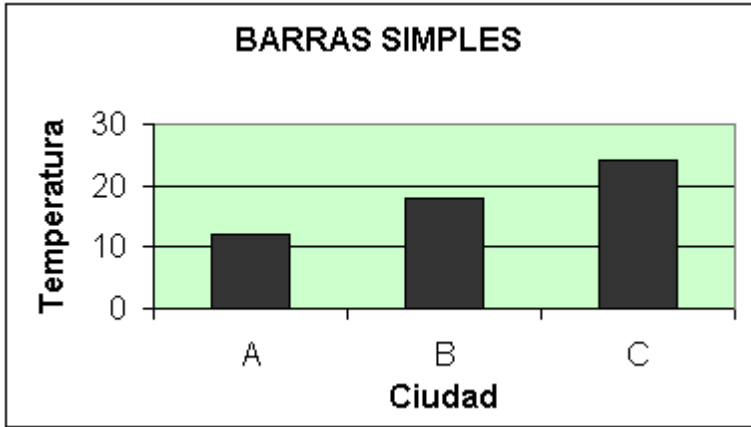
- **Diagramas de barras:** nombre que recibe el diagrama utilizado para representar gráficamente distribuciones discretas de frecuencias no agrupadas. Se llama así porque las frecuencias de cada categoría de la distribución se hacen figurar por trazos o columnas de longitud proporcional, separados unos de otros. Existen tres principales clases de gráficos de barras:
 - Barra simple: se emplean para graficar hechos únicos
 - Barras múltiples: es muy recomendable para comprar una serie estadística con otra, para ello emplea barras simples de distinto [color](#) o tramado en un mismo plano cartesiano, una al lado de la otra
 - Barras compuestas: en este método de graficación las barras de la segunda serie se colocan encima de las barras de la primera serie en forma respectiva.

El diagrama de barras proporciona información comparativa principalmente y este es su uso principal, este diagrama también muestra la información referente a las frecuencias

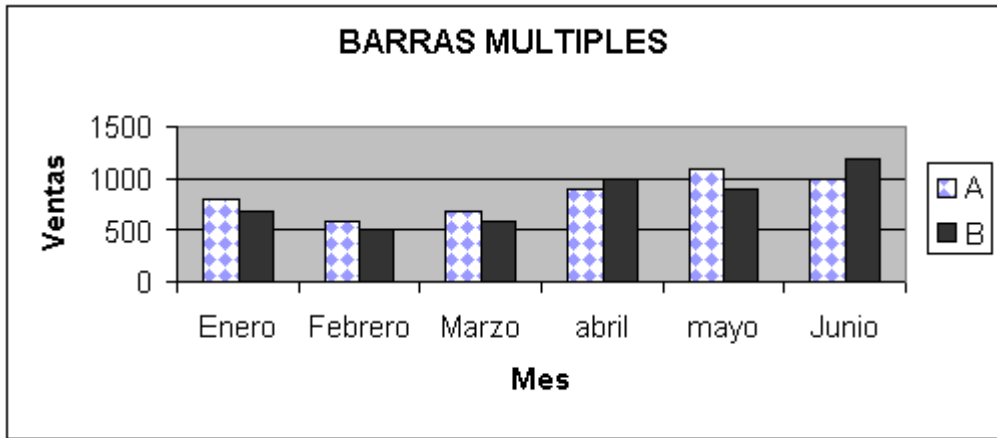
Ej:

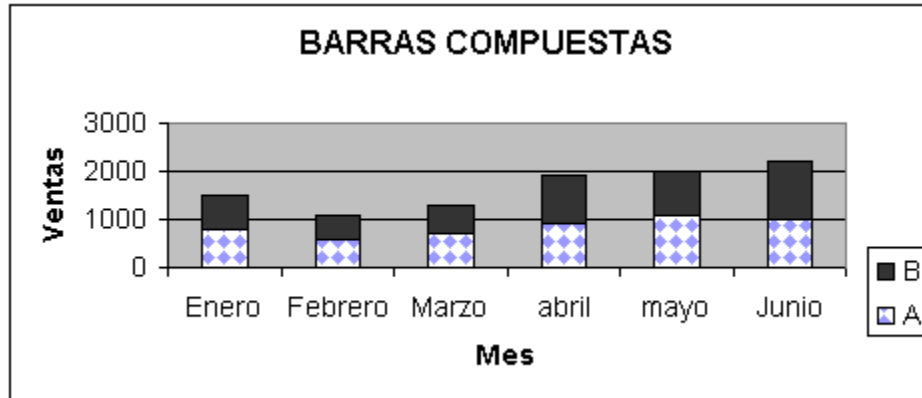
CIUDAD	TEMPERATURA
A	12

B	18
C	24



TIENDA	Enero	Febrero	Marzo	abril	mayo	Junio
A	800	600	700	900	1100	1000
B	700	500	600	1000	900	1200





Histogramas: Se emplea para ilustrar muestras agrupadas en intervalos. Esta formado por rectángulos unidos a otros, cuyos vértices de la base coinciden con los límites de los intervalos y el centro de cada intervalo es la marca de clase, que representamos en el eje de las abscisas. La altura de cada rectángulo es proporcional a la frecuencia del intervalo respectivo. Esta proporcionalidad se aplica por medio de la siguiente formula

$$\text{Altura del rectángulo} = \text{frecuencia relativa} / \text{longitud de base}$$

El histograma se usa para representar variables cuantitativas continuas que han sido agrupadas en intervalos de clase, la desventaja que presenta que no funciona para variables discretas, de lo contrario es una forma útil y practica de mostrar los datos estadísticos.

EJ:

X	Xm	F
118-126	122	2
126-134	130	3
134-142	138	8
142-150	146	12
150-158	154	7
158-166	162	5

166-174	170	2
174-182	178	1
		S 40

- **Diagramas de caja o boxplots:** los pasos para construirlo son los siguientes:
- dibujar y marcar un eje de medida horizontal
- construir un rectángulo cuyo borde izquierdo está arriba del cuarto inferior y cuyo borde derecho está arriba del cuarto superior
- dibujar un segmento de recta vertical dentro de la caja arriba de la mediana
- prolongar rectas desde cada extremo de la caja hasta las observaciones más lejanas que estén todavía a menos de 1.5fs de los bordes correspondientes
- dibujar un círculo abierto para identificar cada observación que caiga entre 1.5fs y 3fs del borde al cual está más cercano estas se llaman puntos inusuales suaves
- dibujar un círculo de línea llena para identificar cada observación que caiga a más de 3fs del borde más cercano, estas se llaman puntos inusuales extremos

donde $fs = \text{cuarto superior} - \text{cuarto inferior}$

este diagrama se usa cuando se necesita la mayor información acerca de la distribución de los datos, la ventaja que posee con respecto a los demás diagramas es que este gráfico posee características como centro y dispersión de los datos, y la principal desventaja que posee es que no presenta ninguna información acerca de las frecuencias que presentan los datos

EJ: Para los siguientes datos realice un diagrama de caja: 2.68 3.06 4.31 4.71 5.71 5.99 6.06 7.04 7.17 7.46 7.50 8.27 8.42 8.73 8.84 9.14 9.19 9.21 9.39 11.28 15.19 21.06

- **Gráficos de sectores:** es un gráfico que se basa en una proporcionalidad entre la frecuencia y el ángulo central de una circunferencia, de tal manera

que a la frecuencia total le corresponde el ángulo central de 360°. Para construir se aplica la siguiente fórmula:

$$X = \text{frecuencia relativa} * 360^\circ / S \text{ frecuencia relativa}$$

Este se usa cuando se trabaja con datos que tienen grandes frecuencias, y los valores de la variable son pocos, la ventaja que tiene este diagrama es que es fácil de hacer y es entendible fácilmente, la desventaja que posee es que cuando los valores de la variable son muchos es casi imposible o mejor dicho no informa mucho este diagrama y no es productivo, proporciona principalmente información acerca de las frecuencias de los datos de una manera entendible y sencilla.

EJ: Representar mediante un gráfico de sectores la frecuencia con que aparece cada una de las cinco vocales en el presente [párrafo](#):

Vocal	a	e	i	o	u	
Frecuencia	13	20	4	6	3	S 46



2.2 gráficos bivariados: Para trabajar los diagramas de dispersión, primero debemos saber que es el análisis estadístico bivariable y las ventajas que este tiene

El análisis estadístico bivariable es aquel análisis que opera con datos referentes a dos variables y pretende descubrir y estudiar sus propiedades estadísticas. El

análisis estadístico bivariable se orienta fundamentalmente a la [normalización](#) de los valores o frecuencias de los datos brutos, determina la existencia, [dirección](#) y grado de la variación conjunta entre las dos variables, lo que se realiza mediante el cálculo de los coeficientes de correlación pertinentes, calcula la covarianza o [producto](#) de las desviaciones de las dos variables en relación a sus medias respectivas y por último establece la [naturaleza](#) y forma de la asociación entre las dos variables en el caso de las variables de intervalo.

- **Diagrama de dispersión:** es un diagrama que representa gráficamente, en un espacio de ordenadas, los puntos de dicho espacio que corresponden a los valores correlativos de una distribución bivariable conjunta, estos diagramas deben usarse cuando tenemos un análisis estadístico bivariable, ósea una tabla de datos de doble entrada, la ventaja que tienen es que se puede graficar de una forma sencilla una distribución bivariable conjunta y la desventaja principal es que no funciona si sucede que una dupla se repita

EJ:

	X	Y
A	2	3
B	4	1
C	5	4
D	3	6
E	2	8

GRAFICO DE DISPERSION

